GEOMETRIÆ CAVALERII

LIBER TERTIVS.

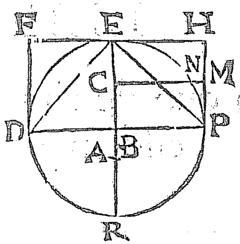
In quo de circulo, & Ellipſi, ac ſolidis ab eiſdem genitis, traditur doctrina.

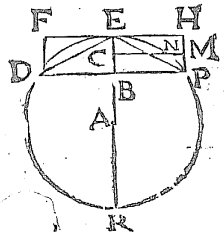
THEOREMA I. PROPOS. I.

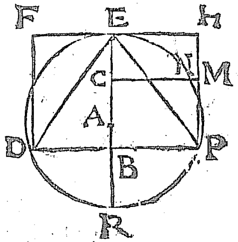
Omnia quadrata portionis circuli, vel Ellipſis, ad omnia quadrata parallelogrammi in eadem baſi, & altitudine cum portione conſtituti, regula baſi, erunt, vt compoſita ex ſexta parte axis, vel diametri eiuſdem, & dimidia reliquæ portionis, ad axim, vel diametrum reliquæ portionis: Eadem verò ad omnia quadrata trianguli in iiſdem exiſtentis erunt, vt compoſita ex dimidia totius, & reliquæ portionis axi, vel diametro, ad axim, vel diametrum reliquæ portionis.

Sit circulus, vel ellipſis, E D R P, cuius axis, vel diameter, E R, ad quem ordinatim applicetur, D P, abſcindens vtcumque portionem, D E P, quæ ſumatur quoq; pro regula, & centrum ſit, A, ac parallelogrammum, F P, in eadem baſi, D P, cum portione, & eadem altitudine; ſint autem primò, D F, P H, latera parallelogrammi, F P, parallela ipſi, E R. Dico ergo omnia quadrata portionis, D E P, ad omnia quadrata parallelogrammi, F P, eſſe, vt compoſita ex ſexta parte, E B, & dimidia, B R, ad ipſam, B R. Sumatur ergo

ergo intra, E B, vtcumque punctum, C, & per, C, ducatur ipsi, D P, parallela, C M, secans curuam circuli, vel ellipsis, E D R P, in, N; Est igitur quadratum, B P, vel, M C, ad quadratum, C N, vt rectangulum, R B E, ad rectangulum, R C E; est autem, E P, parallelogrammum in eadem basi, & altitudine, cum semiportione, E B P, regula est ipsa basis, &, C M, ducta vtcumque parallela ipsi basi, repertumque est quadratum, C M, ad quadratum, C N, esse vt rectangulum, R B E, ad rectangulum, R C E, ergo magnitudines horum quatuor ordinum erunt proportio-
Coroll. 3. 36. lib. 2. nales .s. omnia quadrata parallelogrammi, E P, magnitudines primi ordinis collectæ, iuxta primam, nempè iuxta quadratum, C M, ad omnia quadrata semiportionis, E B P, magnitudines secundi ordinis collectas, iuxta secundam .s. iuxta quadratum, C N, erunt vt rectangula sub maximis abscissarum, E B, & sub adiunctis, B R, magnitudines tertij ordinis collectæ, iuxta tertiam .s. iuxta rectangulum, R B E, ad rectangula sub omnibus abscissis, E B, & residuis earundem, adiuncta, B R, (recti, vel obliqui transitus supradictis existentibus) quæ sunt magnitudines quarti ordinis collectæ, iuxta quartam .s. iuxta rectangulum, R C E; quoniam verò rectangula sub maximis abscissarum, E B, & sub adiunctis, B R, ad rectangula sub omnibus abscissis, E B, adiuncta, B R, & sub earum
Cor. 30. lib. 2. residuis, sunt vt, B R, ad compositam ex dimidia, B R, & sexta parte, E B, ergo conuertendo omnia quadrata
8. lib. 2. semiportionis, B E P, ad omnia quadrata parallelogrammi, E P, vel istorum quadrupla .s. omnia quadrata portionis, D E P, ad omnia quadrata parallelogrammi, F P, erunt vt composita ex, $\frac{1}{6}$, B E, &, $\frac{1}{2}$, B R, ad eandem, B R; Iungantur nunc, D E, E P.







Dico vlterius omnia quadrata portionis, E D P, ad omnia quadrata trianguli, D E P, esse vt composita ex dimidia totius, E R, & ipsa, B R, ad eandem, B R. Cum enim ostenderimus omnia quadrata parallelogrammi, F P, ad omnia quadrata portionis, D E P,

esse

esse vt, B R, ad compositam ex, $\frac{1}{2}$, B R, &, $\frac{1}{6}$, B E, ideò omnia quadrata trianguli, D E P, cum sint, $\frac{1}{3}$, omnium quadratorum parallelogrammi, F P, erunt ad omnia quadrata portionis, D E P, vt, $\frac{1}{3}$, R B, ad compositam ex, $\frac{1}{2}$, R B, &, $\frac{1}{6}$, B E, idest vt tota, R B, ad compositam ex, $\frac{3}{2}$, R B, &, $\frac{3}{6}$, B E, sed, $\frac{1}{2}$, R B, .s. $\frac{3}{6}$, R B, cum, $\frac{3}{6}$, B E, constituunt, $\frac{3}{6}$, integræ, E R, scilicet, $\frac{1}{2}$, eiusdem, E R, quę ideò cum, $\frac{2}{2}$, ipsius, B R, .s. cum, B R, ad ipsam, B R, erit, vt omnia quadrata (conuertendo) portionis, D E P, ad omnia quadrata trianguli, D E P. 24. Lib. 2.

Quoniam verò, si in parallelogrammi, vel trianguli dicti, basi, D P, sit parallelogrammum, vel triangulum, & in eadem altitudine, omnia quadrata dictorum parallelogrammorum inter se æquantur, sicut etiam omnia quadrata triangulorum, regula eorundem basi, ideò ostensum est omnia quadrata portionis, D E P, ad omnia quadrata parallelogrammi in eadem basi, & altitudine cum ipsa constituti esse, vt composita ex, $\frac{1}{6}$, B E, &, $\frac{1}{2}$, B R, ad eandem, B R, ad omnia verò quadrata trianguli in ijsdem positi, vt composita ex, B R, & dimidia, R E, ad ipsam, B R, quod ostendere opus erat. 9. Lib. 2. Per B. Coroll. 22. lib. 2.

COROLLARIVM.

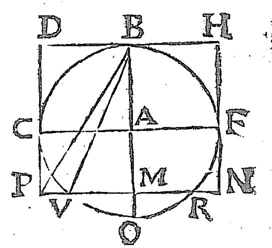
HINC patet in figura, in qua basis portionis constitutæ per centrum circuli, vel ellipsis transeat, quoniam omnia quadrata parallelogrammi, F P, ad omnia quadrata portionis, D E P, sunt vt, A R, ad compositam ex, $\frac{1}{2}$, A R, &, $\frac{1}{6}$, A E, scilicet, $\frac{1}{6}$, A R, quia, E A, est æqualis ipsi, A R, $\frac{1}{2}$, A R, autem, &, $\frac{1}{6}$, A R, constituunt, $\frac{4}{6}$, vel, $\frac{2}{3}$, ipsius, A R, ideò omnia quadrata parallelogrammi, F P, esse ad omnia quadrata portionis, D E P, vt, A R, ad, $\frac{2}{3}$, A R, idest esse eorundem sexquialtera; quia verò omnia quadrata trianguli, D E P, sunt, $\frac{1}{3}$, omnium quadratorum parallelogrammi, F P, ideò omnia quadrata trianguli, D E P, ad omnia quadrata portionis, D E P, sunt vt 1. ad 2. & conuertendo omnia quadrata portionis, D E P, sunt dupla omnium quadratorum trianguli, D E P, & sub sexquialtera omnium quadratorum parallelogrammi, F P, dummodo in eadem basi, & altitudine cum portione sint constituti parallelogrammum, & triangulum, vt paulò supra in fine demonstrationis subiunximus. 24. Lib. 2.

THEO-

THEOREMA II. PROPOS. II.

SI à circulo, vel ellipſi per lineam ad eorum axim, vel diametrum ordinatim applicatam vtcunque portio abſcindatur, ſit autem parallelogrammum in eadem altitudine cum dicta portione, ſed in baſi æquali ſecundę diametro, & regula baſis ipſius portionis: Omnia quadrata dicti parallelogrammi ad omnia quadrata dictę portionis erunt, vt rectangulum ſub dimidia eiuſdem axis, vel diametri, & ſub eiuſdem dimidiæ tripla, ad rectangulum ſub axi, vel diametro abſciſſæ portionis, & ſub compoſita ex axe, vel diametro reliquę portionis, & dimidia totius axis, vel diametri.

Sit igitur circulus, vel ellipſis, B V O R, eius axis, vel diameter, B O, ordinatim ad ipſum applicata, V R, vtcumq; abſcindens portionem, V B R, ſit verò ſecunda diameter, C F, & producta, V R, ita vt, P N, ſit æqualis ipſi, C F, &, P M, ipſi, C A, in baſi, P N, & altitudine portionis, V B R, ſit parallelogrammum, D N, & circa axim, vel diametrum, B M. Dico ergo omnia quadrata parallelogrammi, D N, regula, V R, ad omnia quadrata portionis, V B R, eſſe vt rectangulum ſub, B A, & tripla, A O, ad rectangulum ſub, B M, & ſub compoſita ex, M O, O A; iungantur, V B, P B; Omnia ergo quadrata ſemiportionis, B C V M, ad omnia quadrata trianguli, B V M, ſunt vt, A O, O M, ad, O M, i. ſumpta, B M, communi altitudine, vt rectangulum ſub, B M,



Ex ant. M O A, ad rectangulum, B M O, omnia

5. Lib 2. autem quadrata trianguli, B V M, ad omnia quadrata trianguli, B P M, ſunt

Per B. Corollar. 22. lib. 2. vt quadratum, V M, ad quadratum, P M, vel ad quadratum, C A, .i. vt rectangulum, O M B, ad rectangulum, O A B, ergo ex æquali, & conuer-

Ex 40. l. 1. & eiuſdē Scholio. tendo omnia quadrata trianguli, B P M, ad omnia quadrata ſemiportionis, B V M, erunt vt rectangulum, B A O, ad rectangulum

24. Lib. 2. ſub, B M, &, M O A, & antecedentium tripla .ſ. omnia quadrata

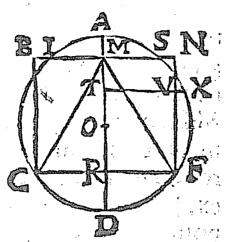
9. Lib. 2. parallelogrammi, D M, ad omnia quadrata ſemiportionis, B V M, vel omnia quadrata parallelogrammi, D N, ad omnia quadrata portionis, V B R, erunt vt rectangulum ſub, B A, & tripla, A O, ad

ad rectangulum ſub, B M, &, M O A, quod verum eſſe oſtendetur, vt in antecedente, etiam ſi parallelogrammum, D N, non ſit circa axim, vel diametrum, B M, vnde patet, &c.

THEOREMA III. PROPOS. III.

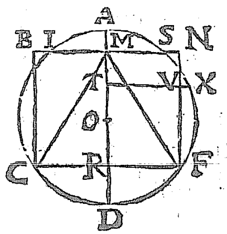
SI intra circulum, vel ellipſim, duæ ad axim, vel diametrum ordinatim applicentur rectæ lineę, ſit autem parallelogrammum, & triangulum in eadem altitudine cum portione inter applicatas concluſa, ſed in baſi altera applicatarum: Omnia quadrata dicti parallelogrammi ad omnia quadrata concluſę portionis (regula baſi) erunt, vt rectangulum ſub partibus axis, vel diametri per baſim conſtitutis ad rectangulum ſub abſciſſa per baſim ab extremitate axis, vel diametri, & ſub compoſita ex medietate portionis axis, vel diametri eiſdem applicatis intermedię, & abſciſſa per aliam applicatam ab eiuſdem extremitate, vna cum rectangulo ſub eadem intermedia, & ſub compoſita ex, $\frac{1}{2}$, eiuſdem, &, $\frac{1}{3}$, abſciſſæ per eandem applicatam ab eiuſdem extremitate: Omnia verò quadrata incluſę portionis ad omnia quadrata dicti trianguli erunt, vt rectangulum ſub compoſita ex abſciſſis ab axi, vel diametro per ordinatim applicatas verſus terminum, cui baſis propinquior eſt, & ſub ſeſquialtera abſciſſæ ab alio extremo per applicatam, quę non eſt baſis, vna cum rectangulo ſub huius reliqua, & ſub dupla abſciſſę per baſim ab extremo, cui ipſa baſis propinquior eſt, ad rectangulum ſub partibus axis, vel diametri per baſim conſtitutis.

Sit ergo circulus, vel ellipſis, A C D F, centrum, O, axis, vel diameter, A D, duæ ad ipſam ordinatim applicatæ ſint, I S, C F, intercipientes portionem, I C F S, ſit autem parallelogrammum, B F, in baſi vtrauis applicatarum, vt in, C F, & eadem altitudine cum fruſto, C I S F, ſit etiam nunc circa axim, vel diametrum, M R, regula verò, C F; Dico ergo omnia quadrata parallelogrammi, B F, ad omnia quadrata portionis, I C F S, eſſe vt rectangulum, D R A, ad rectangu-



lum

lum sub, D R, & sub composita ex, $\frac{1}{2}$, R M, & ex, M A, vna cum rectangulo sub, R M, & sub composita ex, $\frac{1}{6}$, R M, &, $\frac{1}{2}$, M A. Sumatur in, M R, vtcunque punctum, T, per quod agatur ipsi, C F, parallela, T X, secans curuam, S F, in, V, erit ergo quadratum, R F, vel quadratum, T V, ad quadratum, T X, vt rectangulum, D R A, ad rectangulum, D T A; & quoniam, M F, est parallelogrammum in eadem basi, R F, & altitudine cum semiportione, M R F X S, &, T X, ducta fuit vtcunque parallela ipsi, R F, repertumque est quadratum, T V, ad quadratum, T X, esse vt rectangulum, D R A, ad rectangulum, D T A, con- Coroll. 3. 26. Lib. 2.
structis quatuor magnitudinum ordinibus, vt in antecedente, cõcludemus omnia quadrata parallelogrammi, M F, ad omnia quadrata semiportionis, M R F S, esse vt rectangula, D R A, tot, quot sunt omnes abscissæ ipsius, M R, ad rectangula sub residuis omnium abscissarum, M R, adiuncta, R D, & sub omnibus abscissis, M R, adiuncta, M A; quia vero, D A, diuisa est vtcunque in duobus punctis, R, M, rectangula sub, D R A, tot, quot sunt omnes abscissę, R M, ad rectangula sub residuis omnium abscissarum, M R, adiuncta, R D, & sub omnibus abscissis, M R, adiuncta, M A, sunt vt rectangulum, D R A, ad rectangulum sub, D R, & sub composita ex, $\frac{1}{2}$, R M, &, M A, vna cum rectangulo sub, R M, & sub composita ex, $\frac{1}{6}$, R M, &, $\frac{1}{2}$, M A, ergo omnia quadrata parallelogrammi, M F, ad omnia quadrata semiportionis, M R F S, vel omnia quadrata parallelogrammi, B F, ad omnia quadrata portionis, I C F S, erunt vt rectangulum, D R A, ad rectangulum sub, D R, & sub composita ex, $\frac{1}{2}$, M R, & ex, M A, vna cum rectangulo sub, R M, & sub composita ex, $\frac{1}{6}$, R M, &, $\frac{1}{2}$, M A.



Cor. 32. lib. 2.

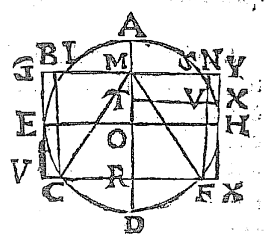
3. Lib. 2.

Iungantur nunc, C M, M F. Dico insuper omnia quadrata portionis, I C F S, ad omnia quadrata trianguli, M C F, esse vt rectangulum sub composita ex, M D, D R, & sub sesquialtera, M A, vna cum rectangulo sub composita ex, M D, & dupla, D R, & sub, $\frac{1}{2}$, M R, ad rectangulum, D R A; omnia.n. quadrata parallelogrammi, B F, ad omnia quadrata portionis, I C F S, ostensa sunt esse vt rectangulum, D R A, ad rectangulum sub, D R, & sub composita ex, $\frac{1}{2}$, R M, & ex, M A, vna cum rectangulo sub, R M, & sub composita ex, $\frac{1}{6}$, R M, &, $\frac{1}{2}$, M A, ergo eorum tertia pars ad eadem consequentia erunt vt tertia pars rectanguli, D R A, ad eadem consequentia rectangula.s. vt integrum rectangulum, D R A, ad illa rectan-

gula triplicata, rectangulum autem sub, D R, & sub composita ex, $\frac{1}{2}$, R M, &, M A, diuiditur in rectangula sub, D R, &, $\frac{1}{2}$, R 1.2. elem.
M, & sub, D R, &, M A, tripliceter rectangulum sub, D R, &, $\frac{1}{2}$, R M, fit rectangulum sub tripla, D R, & sub, $\frac{1}{2}$, R M, cui si ad- 1.2. elem.
datur rectangulum sub, M R, &, $\frac{1}{2}$, R M, fit rectangulum sub composita ex tripla, R D, & ex, R M, .s. sub composita ex, M D, & dupla, R D, & sub, $\frac{1}{2}$, R M, quod serua; Remanent rectangula adhuc sub, D R, M A, & sub, M R, &, $\frac{1}{6}$, M A, triplicanda, quod 7. Lib. 2.
sic fiet; rectangulum sub, D R, M A, æquatur rectangulo sub dupla, D R, &, $\frac{1}{2}$, M A, cui si addatur rectangulum sub, $\frac{1}{2}$, M A, & sub, M R, fiet rectangulum sub, $\frac{1}{2}$, M A, & sub composita ex, M R, & dupla, R D, .s. sub composita ex, M D, D R, quod triplicatum fit rectangulum sub composita ex, M D, D R, & sub sesquialtera, M A, quod simul cum rectangulo sub composita ex, M D, & dupla, D R, & sub, $\frac{1}{2}$, M R, ad rectangulum, D R A, conuertendo, habebit eandem rationem, quam omnia quadrata portionis, I C F S, ad omnia quadrata trianguli, C M F; quod etiam verificabitur, si di- 1.2. elem.
ctum parallelogrammum, & triangulum, sint quidem in eadem basi cum portione, sed non circa eundem axim, vel diametrum cum eadem portione, vt supra patere potest in antecedentibus, quod erat ostendendum. Ex 9. & 8. Coroll. 22. lib. 2.

THEOREMA IV. PROPOS. IV.

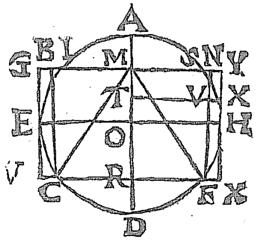
IN eadem antecedentis figura si parallelogrammum sit quidem in eadem altitudine cum portione, sed in basi æquali secundæ diametro; omnia quadrata dicti parallelogrammi ad omnia quadrata dictę portionis erunt, vt quadratum dimidij axis, vel diametri eorumdem ad eadem consequentia rectangula, retenta eadem regula.



Exponatur denuò antecedentis figura, & producatur, C F, ita vt, V X, sit æqualis secundæ diametro, quæ sit, E H, &, V R, æqualis, R X, & in, V X, basi sit constructum parallelogrammum, G X, in altitudine eadem cum portione, I C F S, sit etiam circa eandem axim, vel diametrum, M R, cum portione, I E C F H S: Omnia ergo quadrata parallelogrammi, G R, ad omnia quadrata parallelogrammi, B R, (regula, C F,) 9. Lib. 2.

sunt

Ex 40. l. 1. & eiusdē Scholio. sunt vt quadratum, V R, ad quadratum, C R, .s. vt rectangulum, A O D, vel quadratum, A O, ad rectangulum, D R A, omnia autem quadrata parallelogrammi, B R, ad omnia quadrata semiportionis, I C R M, sunt vt rectangulum, D R A, ad rectangulum sub, D R, & sub composita ex, ½, R M, & ex, M A, vna cum rectangulo sub, R M, & sub com-



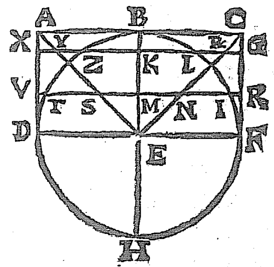
Ex antec. posita ex, ⅙, R M, &, ½, M A, ergo ex æquali omnia quadrata parallelogrammi, G R, ad omnia quadrata semiportionis, I C R M, vel omnia quadrata parallelogrammi, G X, ad omnia quadrata portionis, I C F S, erunt vt quadratum, A O, ad rectangulum sub, D R, & sub composita ex, ½, R M, & Ex 9. & B. Cor. 22. lib. 2. ex, M A, vna cum rectangulo sub, R M, & sub composita ex, ⅙, R M, &, ½, M A; quod etiam patet, si parallelogrammum, G X, non sit circa axim, vel diametrum, M R, quod erat ostendendum.

THEOREMA V. PROPOS. V.

SI in circulo, vel ellipsi ducantur coniugati axes, vel diametri, in altera autem eorundem sit tanquam in basi parallelogrammum circa eundem axim, vel diametrum cum circulo, vel ellipsi, circa quæm sit etiam triangulus, sed in basi opposita basi parallelogrammi, sumatur autem in dicta axi, vel diametro vtcunq; punctum, per quod basibus dictis agatur parallela; quadratum eiusdem parallelæ trianguli lateribus interceptæ æquabitur reliquo quadrati eius, quæ intercipitur lateribus parallelogrammi, dempto quadrato eius, quæ intra circulum, vel ellipsim concludetur.

Sit circulus, vel ellipsis, B D H F, eius coniugati axes, vel diametri, B H, D F, in altera autem earum, vt in, D F, tanquam in basi, & circa axim, vel diametrum, B E, sit parallelogrammum, A F, circa eundem verò, sed in basi, A C, sit triangulum, A E C, sumatur autem in, B E, vtcunque punctum, M, per quod ipsi, D F, agatur parallela, V R, secans curuam, D B F, in, T, I, & latera trianguli, A E C, in, S, N. Dico ergo quadratum, S N, æquari reliquo quadrati, V R, dempto quadrato, T I. Nam rectangulum, H E B, ad rectangulum, H M B, est vt quadratum, F E, vel quadratum, R M, ad

ad quadratum, I M, ergo per conuersionem rationis rectangulum, H E B, .i. quadratum, B E, ad quadratum, M E, (quod est excessus rectanguli, H E B, sub rectangulum, H M B,) erit vt quadratum, R M, ad sui reliquum, dempto quadrato, M I, sed vt quadratum, B E, ad quadratum, E M, ita quadratum, B C, idest quadratum, M R, ad quadratum, M N, quia triangula, B E C, M E N, sunt æquiangula; ergo quadratum, B C, idest quadratum, M R, ad quadratum, M N, erit vt idem quadratum, M R, ad sui reliquum, dempto quadrato, M I, & eorum quadrupla .s. quadratum, S N, æquabitur reliquo quadrati, V R, dempto quadrato, T I, quod erat ostendendum. Ex 40. l. 1. & ex eius Scholio. 5. 2. elem. 4. 6. elem.



COROLLARIVM.

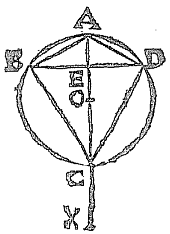
QVONIAM autem punctum, M, sumptum est vtcumque hinc patet, quod omnia quadrata trianguli, AEC, (regula, DF,) æquantur reliquo omnium quadratorum parallelogrammi, AF, demptis omnibus quadratis semicirculi, vel semiellipsis, DBF, & duabus vtcunq; ductis ipsis, DF, parallelis, vt, XG, VR, patet, quod omnia quadrata trapezij, YSNR, æquabuntur residuo omnium quadratorum parallelogrammi, XR, demptis omnibus quadratis portionis semicirculi, vel semiellipsis inter, ZL, TI, conclusæ: Quia verò ostensa est ratio omnium quadratorum cuiusuis parallelogrammorum in altitudine eadem cum portionibus, basi autem æquali secundæ diametre, 24. & 28. lib. 2. *ad omnia quadrata trapeziorum, vel triangulorum in ijsdem existentium, hinc manifesta est ratio eorundem ad dicta residua, & consequenter ad omnia quadrata portionum semicirculi, vel semiellipsis, DBF, dictis parallelis interpositarum, vt ex. gr. nota erit ratio, quam habent omnia quadrata parallelogrammi, XR, ad omnia quadrata portionis, ZTIL, & sic in reliquis. Quia verò omnia quadrata trianguli, AEC, ad omnia quadrata trianguli, SEN, sunt in tripla ratione ipsius,* F. Cor. 22. lib. 2. *BE, ad, EM, ideò etiam patebit, quod omnia quadrata parallelogrammi, AF, demptis omnibus quadratis semicirculi, vel semiellipsis, DBF, ad omnia quadrata parallelogrammi, VF, demptis omnibus quadratis frusti, TDFR, sint in tripla ratione ipsius, BE, ad, EM, idest vt cubus, BE, ad cubum, EM.*

THEO-

THEOREMA VI. PROPOS. VI.

SI in circulo, vel ellipsi ad axim, vel diametrum eiusdem
ordinatim applicetur vtcumque recta linea, quæ suma-
tur pro regula; Omnia quadrata eiusdem ad omnia quadra-
ta alterutrius portionis per eam constitutæ, erunt vt paralle-
lepipedum sub quadrato totius axis, vel diametri, altitudi-
ne eiusdem dimidia, ad parallelepipedum sub quadrato as-
sumptæ portionis, altitudine autem linea composita ex reli-
quæ portionis axi, vel diametro, & dimidia totius: Vel e-
runt, vt cubus totius axis, vel diametri ad parallelepipe-
dum sub quadrato assumptæ portionis axis, vel diametri, &
sub altitudine linea composita ex tripla axis, vel diametri
reliquæ portionis, cum cubo axis, vel diametri reliquæ por-
tionis.

Sit circulus, vel ellipsis, A B C D, cuius axis, vel diameter, A C,
centrum, O, & ordinatim vtcunq; ad ipsam applicata, B D, con-
stituens duas portiones, B A D, B C D, quæ quoque sit regula.
Dico ergo omnia quadrata circuli, vel ellipsis, A B C D, ad omnia
quadrata portionis, B A D, ex duabus portionibus, B A D, B C
D, ad libitum sumptæ, esse, vt parallelepipedum sub basi quadra-
to, A C, altitudine, C O, vel, C X, quæ sit
æqualis, C O, & illi in directum constituta, ad
parallelepipedum sub basi quadrato, A E, al-
titudine, E X, vel vt cubus, A C, ad parallele-
pipedum sub basi quadrato, A E, altitudine tri-
pla. E C, cum cubo, A E; iungantur, B A, A
D, B C, C D: Omnia ergo quadrata portio-
nis, B C D, ad omnia quadrata portionis, B A
Diff. 12. lib. 1. D, habent rationem compositam ex ea, quam
habent omnia quadrata portionis, B C D, ad
omnia quadrata trianguli, B C D, & ex ea,
quam habent hæc ad omnia quadrata trianguli, B A D, & ex ratio-
4. huius. ne istorum ad omnia quadrata portionis, B A D: Omnia verò qua-
drata portionis, B C D, ad omnia quadrata trianguli, B C D, sunt
Per C. Corollar. 2. lib. 2. vt composita ex, O A, A E, ad, A E: Omnia item quadrata trian-
guli, B C D, ad omnia quadrata trianguli, B A D, (quia triangula
sunt in eadem basi, B D,) sunt vt, C E, ad, E A: Omnia denique
qua-



quadrata trianguli, B A D, ad omnia quadrata portionis, B A D, 1. Huius.
sunt vt, E C, ad compositam ex, E C, C O; harum autem trium ra-
tionum componentium rationem supradictam illa, quam habet, C 6. Lib. 2.
E, ad, E A, &, C E, ad, E C O, componit rationem quadrati, C
E, ad rectangulum sub, A E, & sub, E C O, habemus ergo illas tres
rationes in has duas resolutas .s. in eam, quam habet quadratum, E
C, ad rectangulum sub, A E, &, E C O, & in eam, quam habet com-
posita ex, O A, A E, ad, A E; ratio autem quadrati, E C, ad rectan-
gulum sub, A E, &, E C O, & ratio ipsius, O A E, sumptę pro al-
titudine ad, A E, pariter pro altitudine sumptam, componunt ratio-
nem parallelepipedi sub basi quadrato, C E, altitudine autem, E A Per D. Corollar. 4.
O, ad parallepipedum sub basi quadrato, A E, altitudine autem, E Gen. 34.
C O, quod serua. lib. 2.

Duplicentur nunc horum parallelepipedorum altitudines, omnia
ergo quadrata portionis, B C D, ad omnia quadrata portionis, B A
D, erunt vt parallelepipedum sub quadrato, E C, altitudine verò
dupla, E A, & dupla, A O, quæ est, A C, ad parallelepipedum sub
basi quadrato, A E, altitudine dupla, E C, & dupla, C O, quę est,
A C; parallelepipedum autem sub quadrato, C E, & sub composita 35. Lib. 2.
ex dupla, A E, &, A C, æquatur parallelepipedis sub quadrato, C
E, & sub, A E, bis, vna cum parallelepipedo sub, A C, & sub qua-
drato, C E, idest vna cum parallelepipedo sub, A E, adhuc semel, 36. Lib. 2.
& sub quadrato, E C, cum cubo, E C, quę simul cum prædictis con-
ficiunt parallelepipedum ter sub, A E, & sub quadrato, E C, cum
cubo ipsius, E C. Similiter ostendemus parallelepipedum sub qua-
drato, A E, & sub composita ex, C A, & dupla, C E, æquari paral-
lelepipedis ter sub, C E, & sub quadrato, E A, cum cubo, E A, er-
go omnia quadrata portionis, B C D, ad omnia quadrata portionis,
B A D, erunt vt parallelepipedum ter sub quadrato, C E, altitudi-
ne, E A, cum cubo, C E, ad parallelepipedum ter sub quadrato, A
E, altitudine, E C, cum cubo, A E, ergo, componendo, omnia qua-
drata circuli, vel ellipsis, A B C D, ad omnia quadrata portionis, B
A D, erunt vt parallelepipedum ter sub altitudine, A E, & quadra-
to, E C, cum cubo, E C, simul cum parallelepipedo ter sub altitu-
dine, C E, & sub quadrato, E A, cum cubo, E A, ad parallelepipe-
dum ter sub quadrato, A E, altitudine, E C, cum cubo, A E, illa 38. Lib. 2.
autem simul sumpta conficiunt cubum, A C, ergo omnia quadrata
circuli, vel ellipsis, A B C D, ad omnia quadrata portionis, B A D,
erunt vt cubus, A C, ad parallelepipedum sub basi quadrato, A E,
altitudine linea composita ex dupla, E C, & ex, A C, ergo (dimi-
diatis huius rationis terminis) omnia quadrata circuli, vel ellipsis, A
B C D, ad omnia quadrata portionis, B A D, erunt vt parallelepi-
pedum

pedum ſub baſi quadrato, A C, altitudine, C O, vel, C X, (quod eſt dimidium cubi, A C,) ad parallelepipedum ſub baſi quadrato, A E, altitudine, E X, (quæ eſt dimidia altitudinis parallelepipedi ſub baſi quadrato, A E, altitudine dupla, E C, & ipſa, C A, ſimul) pa- get ergo, quod omnia quadrata circuli, vel ellipſis, A B C D, ad om- nia quadrata portionis, B A D, erunt vt parallelepipedum ſub baſi quadrato, A C, altitudine, C X, ad parallelepipedum ſub baſi qua- drato, A E, altitudine, E X, vel (vt probauimus) vt cubus, A C, ad parallelepipedum ſub baſi quadrato, A E, altitudine linea compo- ſita ex dupla, E C, & ex, A C, .i. ad parallelepipedum ſub baſi qua- drato, A E, altitudine tripla, E C, cum cubo, A E, quæ erant de- monſtranda.

Per C. Corollai 4 Gen. 34. libri.

COROLLARIVM.

Hinc etiam patet portionis, B C D, omnia quadrata ad omnia qua- drata portionis, B A D, eſſe vt parallelepipedum ſub baſi qua- drato, C E, altitudine autem, E A O, ad parallelepipedum ſub baſi qua- drato, A E, altitudine autem, E C O, patet ergo ſi circulus, vel ellipſis per applicatam ad eorum axin, vel diametrum in duas portiones vt- cumq; diuidantur, quæq; ſumatur pro regula, quod nota erit ratio om- nium quadratorum vtriuſque portionis inter ſe.

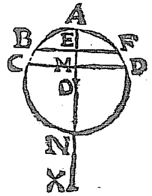
THEOREMA VII. PROPOS. VII.

SI in circulo, vel ellipſi duæ ad eundem axim, vel diame- trum ordinatim applicentur rectæ lineæ; Omnia qua- drata vnius portionis (regula baſi) ad omnia quadrata alte- rius portionis erunt, vt parallelepipedum ſub baſi quadrato axis, vel diametri illius, & ſub compoſita ex axi, vel dia- metro reliquæ portionis, & dimidia totius, ad parallelepi- pedum ſub baſi quadrato axis, vel diametri alterius portio- nis, & ſub compoſita ex axi, vel diametro reliquæ portio- nis, & dimidia totius.

Sit circulus, vel ellipſis, A C N D, cuius axis, vel diameter, A N, centrum, O, duæ ad ipſum vtcunq; ordinatim applicatæ ſint, B F, C D, ſit autem producta, A N, in, X, ita vt, X N, ſit æqualis, N O; regula vero alterutra applicatarum, vt, C D. Dico ergo omnia quadrata portionis, B A F, ad omnia quadrata portionis, C A D, eſſe,

eſſe, vt parallelepipedum ſub baſi quadrato, A E, altitudine autem, E X, ad parallelepipedum ſub baſi quadrato, A M, altitudine, M X. Nam omnia quadrata portionis, B A F, ad omnia quadrata circuli, vel ellipſis, A C N D, ſunt vt parallelepipedum ſub baſi quadra- to, A E, altitudine, E X, ad parallelepipedum ſub baſi quadrato, A N, altitudine, N X, item om- nia quadrata circuli, vel ellipſis, A C N D, ad om- nia quadrata portionis, C A D, ſunt vt parallele- pipedum ſub baſi quadrato, A N, altitudine, N X, ad parallelepipedum ſub baſi quadrato, A M, altitudine, M X, ergo ex æquali omnia quadrato portionis, B A F, ad omnia quadrata portionis, C A D, erunt vt parallelepipedum ſub baſi quadrato, A E, altitudine, E X, ad parallelepipedum ſub baſi quadrato, A M, altitudine, M X, quod erat oſtendendum.

Ex antec.

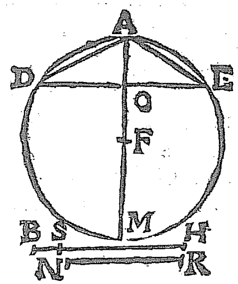


Ex antec.

PROBLEMA I. PROPOS. VIII.

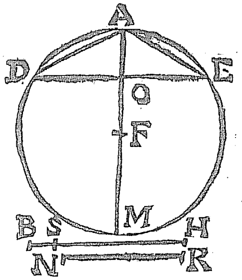
A Dato circulo, vel ellipſi portionem abſcindere per li- neam ad eiuſdem axim, vel diametrum ordinatim ap- plicatam, cuius omnia quadrata ad omnia quadrata trian- guli in eadem baſi, & altitudine cum ipſa portione, habeant rationem datam; oportet autem hanc eſſe maiorem ſexqui- altera, exiſtente regula ipſa ordinatim applicata.

Sit circulus, vel ellipſis, A D M E, axis, vel diameter, A M, cen- trum, F, oportet igitur ad ipſum axim, vel diametrum, lineam or- dinatim applicare, quæ ab ipſo circulo, vel ellipſi abſcindat, portionem, cuius omnia quadrata (regula ipſa applicata) ad omnia quadrata trianguli in eadem baſi, & altitudine cum ipſa habeant ra- tionem datam; hanc dico prius oporte- re eſſe maiorem ſexquialtera, nam cu- iuslibet abſciſſæ portionis (vt oſtenſum eſt) omnia quadrata ad omnia quadrata trianguli in eadem baſi, & altitudine cum ipſa ſunt, vt compoſita ex dimidia totius axis, vel diametri, & ex diametro reliquæ portionis, ad axim, vel diame- trum reliquæ portionis, & diuidendo exceſſus omnium quadratorum



1. Huius.

…ctæ portionis ſuper omnia quadrata dicti trianguli, ad omnia quadrata dicti trianguli, ſunt vt dimidia totius axis, vel diametri ad axim, vel diametrum reliquæ portionis, oportet ergo, quod dicta ratio diuiſa ſit maior ea, quam habet, F M, ad, M A, quæ componendo euadit ſexquialtera: ſit ergo data ratio, quam habet, B H, ad, N R, maior ſexquialtera, & abſcindatur, H S, æqualis ipſi, N R, & fiat, vt, B S, ad, S H, ita, F M, ad, M O, & ducatur per, O, ipſa, D E, ad axim, vel diametrum, A M, ordinatim applicata, & iungantur, D A, A E; quoniam ergo, vt, B S, ad, S H, ita eſt, F M, ad, M O, componendo, B H, ad, H S, vel, N R, erit, vt, F M, M O, ad, M O, ſunt autem omnia quadrata portio-

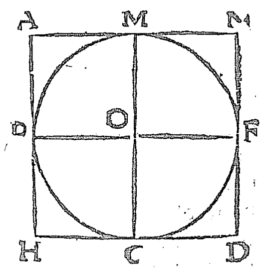


7. Huius. nis, D A E, (regula, D E,) ad omnia quadrata trianguli, D A E, vt, F M, M O, ad, M O, & ideò ſunt ad ea in ratione data, in ea ſ. quam habet, B H, ad, N R, quod efficere opus erat.

THEOREMA VIII. PROPOS. IX.

OMnia quadrata circuli, vel ellipſis, regula altero axium, vel diametrorum, ad omnia quadrata eiuſdem, regula reliquo axium, vel diametrorum, erunt, vt dictus primus axis, vel diameter, ad dictum ſecundum axim, vel diametrum.

Sit circulus, vel ellipſis, M P C F, cuius axes, vel diametri coniugatæ, M C, P F. Dico ergo omnia quadrata circuli, vel ellipſis, M P, C F, regula, M C, ad omnia quadrata eiuſdem, regula, P F, eſſe, vt, M C, ad, P F; ducantur per puncta, M, P, C, F, tangentes circulum, vel ellipſim, M P C F, quę ſint, A N, N D, D H, H A, conſtituentes parallelogrammum, A D, circulo, vel ellipſi, M P C F, circumſcriptum, cuius latera parallela ſint ipſis, P F, M C, axibus, vel diametris coniugatis: Omnia ergo quadrata circuli, vel ellipſis, M P C F, regula, M C, ſunt ſubſexquialtera



tera omnium quadratorum parallelogrammi, A D, regula eadem, M C, omnia verò quadrata eiuſdem circuli, vel ellipſis, regula, P F, Iuxt. 7 lib. 1. ſunt ſubſexquialtera omnium quadratorum parallelogrammi, A D, Corell. 1. regula eadem, P F, ergo omnia quadrata circuli, vel ellipſis, M P huius. C F, regula, M C, ad omnia quadrata eiuſdem regula, P F, erunt, vt omnia quadrata parallelogrammi, A D, regula, M C, ad omnia quadrata eiuſdem, regula, P F, ſed omnia quadrata parallelogrammi, A D, regula, M C, ad omnia quadrata eiuſdem, regula, P F, 29. Lib. 2. ſunt, vt, M C, ad, P F, ergo omnia quadrata circuli, vel ellipſis, M P C F, regula, M C, ad omnia quadrata eiuſdem, regula, P F, erunt, vt, M C, ad, P F, quod oſtendere oportebat.

COROLLARIVM.

HINC patet, ſi ad, M C, T F, ordinatim applicentur rectæ lineæ portiones abſcindentes à dicto circulo, vel ellipſi, quoniam oſtenſa eſt ratio omnium quadratorum abſciſſæ portionis, regula baſi, ad omnia quadrata circuli, vel ellipſis, M T C F, & item oſtenſa eſt ratio omnium quadratorum circuli, vel ellipſis, M T C F, regula altero axium, vel diametrorum, ad omnia quadrata eiuſdem, regula reliquo axi, vel diametro, & deniq; oſtenſa eſt ratio omnium quadratorum eiuſdem circuli, vel ellipſis, ad omnia quadrata portionis per aliam ordinatim applicatam abſciſſæ, regula baſi dictæ portionis, quod ideo nota erit ratio omnium quadratorum duarum portionum per dictas applicatas abſciſſarum, regulis dictarum portionum baſibus, quod, &c. 6. Huius. Ex antec. 6. Huius.

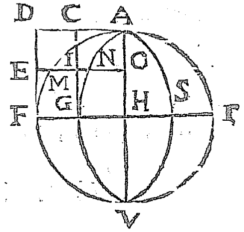
THEOREMA IX. PROPOS. X.

SI circulus, & ellipſis, vel duæ ellipſes fuerint circa eundem axim, vel diametrum, illi erunt inter ſe, vt eorum ſecundi axes, vel diametri.

Sint circulus, & ellipſis, vel duæ ellipſes, A F V T, A G V S, circa eundem axim, vel diametrum, A V, ſint verò ſecundi axes, vel Vide dicta lib. 7. diametri, F T, G S. Dico circulum, vel ellipſim, A F V T, ad cir- Annot. culum, vel ellipſim, A G V S, eſſe, vt, F T, ad, G S; duæ igitur, Prop. 21. D A, D F, tangentes eundem in terminis coniugatarum axium, vel diametrorum, inter ſe conueniant in, D, erit ergo, D H, parallelogrammum, ducatur etiam per, G, ipſa, G C, parallela ipſi, A V, quæ tanget ellipſim, A G V S, in, G, erit ergo etiam, C H, paral- 17. 1. Co- lelogrammum in eadem baſi, & altitudine cum ſemiportione, A G nicorum.

H, vt etiam parallelogrammum, D H, est in eadem basi, & altitudine cum semiportione, A F H; sumatur vtcunque in, A H, punctum, O, & per ipsum ducatur ipsi, F T, parallela, O E, secans curuam, A G, in, N, C G, in, I, curuam, A F, in, M, &, D F, in, E. Igitur quadratum, F H, ad quadratum, M O, erit vt rectangulum, V H A, ad rectangulum, V O A, .i. vt quadratum, G H, ad quadratum, N O, ergo quadratum, F H, vel quadratum, E O, ad quadratum, M O, erit vt quadratum, I O, ad quadratum, O N, ergo, E O, ad, O M, erit vt, I O, ad, O N, est autem, E O, ducta vtcunque parallela, F T, & sunt parallelogramma, D H, C H, in ijsdem basibus, & altitudinibus cum semiportionibus, A F H, A G H, ergo omnes lineæ parallelogrammi, D H, ad omnes lineas semiportionis, F A H, erunt vt omnes lineæ parallelogrammi, C H, ad omnes lineas semiportionis, A G H, ergo parallelogrammum, D H, ad semiportionem, A F H, erit vt parallelogrammum, C H, ad semiportionem, A G H, ergo, permutando, D H, ad, C H, parallelogrammum erit, vt semiportio, A F H, ad semiportionem, A G H, ergo vt, D H, ad, C H, .i. vt basis, F H, ad basim, H G, vel vt, F T, ad, G S, ita erit semiportio, A F H, ad semiportionem, A G H, vel sic eorum quadrupla .s. ita erit circulus, vel ellipsis, A F V T, ad circulum, vel ellipsim, A G V S, quod, &c.

Ex 40. l. 1. & eius Scholio. — 36. Lib. 2. — Coroll. 3. 36. lib. 2. — 5. Lib. 2. — 8. Lib. 2.



COROLLARIVM.

HINC etiam habetur, quoniam quadratum, E O, ad quadratum, O M, est vt quadratum, I O, ad quadratum, O N, idcircò, quòd eodem pacto, iuxta Th. antecedens, concludere possumus omnia quadrata, D H, ad omnia quadrata, C H, esse, vt omnia quadrata semiportionis, A F H, ad omnia quadrata semiportionis, A G H, vel vt omnia quadrata circuli, vel ellipsis, A F V T, ad omnia quadrata circuli, vel ellipsis, A G V S, sunt autem omnia quadrata parallelogrammi, D H, ad omnia quadrata parallelogrammi, C H, vt quadratum, F H, ad quadratum, G H, habetur ergo inquam, quod omnia quadrata circuli, vel ellipsis, A F V T, ad omnia quadrata circuli, vel ellipsis, A G V S, sunt vt quadratum, F H, ad quadratum, H G, vel vt quadratum, F T, ad quadratum, G S, scilicet sunt vt quadrata secundorum axium, vel diametrorum.

9. Lib. 2.

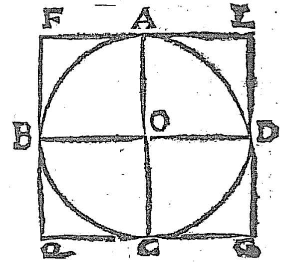
THEO-

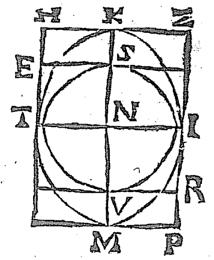
THEOREMA X. PROPOS. XI.

CIrculus, vel ellipsis ad quemlibet circulum, vel ellipsim habet eandem rationem, quam rectangulum sub ipsius coniugatis axibus, vel diametris, ad rectangulum sub istius coniugatis axibus, vel diametris, æquè tamen diametris ad inuicem inclinatis.

Sit circulus, A B C D, cuius axes coniugati sint, A C, B D, centrum, O, ductis verò per puncta, A, C, parallelis ipsi, B D, F L, Q G, & per puncta, B, D, parallelis ipsi, A C, L G, F Q, vt sit, F G, rectangulum circulo, A B C D, circumscriptum, sit, S T V I, quilibet circulus, vel ellipsis, cui rectangulum, E R, sit circumscriptum, habens latera parallela coniugatis axibus, S V, T I. Dico circulum, A B C D, ad ellipsem, S T V I, esse vt rectangulum, F G, ad rectangulum, E R; producatur, S V, hinc inde, ita vt, N K, sit æqualis, O A, &, N M, ipsi, O C, & circa, K M, T I, axes intelligatur, K T, M I, ellipsis, vel circulus, & productis tangentibus, T E, I R, vt occurrant ipsis, H K, M P, sit rectangulum, H P, circumscriptum ipsi, K T M I, ellipsi, vel circulo, habens latera coniugatis axibus, K M, T I, parallela: Est ergo vt rectangulum, F G, ad rectangulum, H P, ita circulus, A B C D, ad circulum, vel ellipsim, K T M I, quia sunt ambo circa, A C, K M, axes æquales; item parallelogrammum, H P, ad parallelogrammum, E R, est vt circulus, vel ellipsis, K T M I, ad circulum, vel ellipsim, S T V I, ergo ex æquali rectangulum, F G, ad rectangulum, E R, erit vt circulus, A B C D, ad circulum, vel ellipsim, S T V I.

Ex antec. — Ex antec.



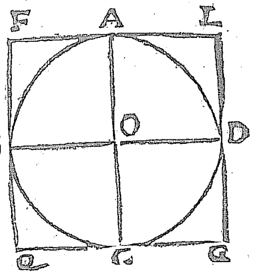


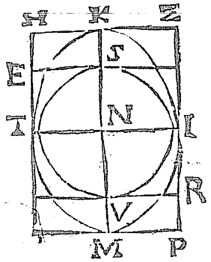
Sit nunc, A B C D, ellipsis, vt etiam, S T V I, poterit esse, quod, A C, B D, sint non axes, sed coniugatæ diametri, &, F G, parallelogrammum, oportet autem sumere in ellipsi, S T, V I, coniugatas diametros, S V, T I, ita vt æqualiter sint inclinatæ ac ipsæ, A C, B D, tunc enim circumscripta parallelogramma,

licet

licet non sint rectangula, tamen erunt æquiangula, vnde æquiangulum erit parallelogrammi, H P, ipsi, F G, & ellipses, A B C D, K T M I, erunt circa, A C, K M, æquales diametros, ita vt si superponerentur ad inuicem isti ellipses, vt, K M, esset in, A C, ipsa, T I, esset in, B D, & ideò eodem modo ostendemus, vt supra ellipses, A B C D, S T V I, esse inter se, vt parallelogramma illis circumscripta, F G, E R, & quia illa sunt æquiangula habebunt rationem ex ratione laterum compositam, sed etiam parallelogramma rectangula sub eisdem lateribus habent rationem cõpositam ex ratione eorundem laterum, ergo ellipsis, A B C D, ad ellipsim, S T V I, erit vt parallelogrammum, F G, ad parallelogrammum, E R, sibi æquiangulum, vt rectangulum sub, F L, L G, vel sub, B D, A C, diametris, ad rectangulum sub, T I, S V, diametris, patet igitur circulum, vel ellipsim, A B C D, ad circulum, vel ellipsim, S T V I, esse vt rectangulum sub axibus, vel diametris, A C, B D, ad rectangulum sub axibus, vel diametris, S V, T I, quæ diametri æquè ad inuicem inclinantur, quod ostendere opus erat.

Lib. 2.





COROLLARIVM I.

HINC ergo colligitur, quod quando circulos comparatur ad circulum, illi sunt inter se, vt rectangula sub eorum axibus .i. vt quadrata axium, & ideò sunt in dupla ratione axium, siue diametrorum, quando verò circulus comparatur ad ellipsim, erit ad illum, vt sui axis quadratum ad rectangulum sub axibus ellipsis. Denique, si ellipsis comparetur ad ellipsim, erit ad illum, vt rectangulum sub axibus illius ad rectangulum sub axibus alterius, vel vt rectangulum sub diametris (coniugatis semper intellige, nisi aliud addatur) illius ad rectangulum sub diametris alterius, quæ vt prædicti æqualiter ad inuicem sunt inclinatæ; vel tandem, vt parallelogramma illis circumscripta, quo-

quorum latera sint prædictis diametris parallela, quæ ideò sunt æquiangula, vniuersaliter igitur prædictæ sunt inter se, vt parallelogramma rectangula, vel æquiangula illis circumscripta; Vnde etiam habetur parallelogramma rectangula illis circumscripta esse, vt parallelogramma æquiangula pariter illis circumscripta.

COROLL. II. A. SECTIO I.

A.

HINC vlterius colligitur, quod quæcunque de binis parallelogrammis ostensa sunt in Theorem. 5. 6. 7. 8. lib. 2. præsuppositis conditionibus illic consideratis circa eorum bases, & altitudines, vel circa eorum latera, eadem & de ellipsibus verificabuntur easdem conditiones in proprijs axibus, vel diametris habentibus; nam his positis parallelogramma illis circumscripta, & æquiangula habent in suis lateribus, vel in basi, & altitudine easdem conditiones, vnde sicuti dictæ conclusiones sequuntur pro parallelogrammis circumscriptis, ita etiam verificantur pro inscriptis ellipsibus, ad quas dicta parallelogramma habent easdem rationes, vt probatum est, quæ igitur hic non sunt pro ellipsibus ad inuicem comparatis ostensa, per supracitata Theoremata supplentur, pro circulis autem hoc tantum habemus, quod sint, vt eorum axium, vel (si mauis dicere) diametrorum quadrata, non aliaque circa eosdem variatio contingit. 11. Huius.

B. SECTIO II.

B.

COlliguntur ergo hæc de binis ellipsibus .s. quod quæ sunt circa eandem diametrum, sunt vt reliquæ secundæ diametri.

C. SECTIO III.

C.

QVæcunq; ellipses habent rationem ex axibus, vel diametris coniugatis, æqualiter ad inuicem inclinatis compositam.

D. SECTIO IV.

D.

ELlipses habentes axes, vel diametros coniugatas, quæ æqualiter sunt inclinatæ, reciprocè respondentes, sunt æquales; & quæ sunt æquales, & habent axes, vel diametros ad inuicem æqualiter inclinatas, easdem habent reciprocè respondentes.

E. SE-

E.

E. SECTIO V.

Similes ellipses sunt in dupla ratione suorum axium, vel diametrorum homologarum, vel vt eorundem quadrata.

F.

F. SECTIO VI.

Pro circulis autem (vt supra dictum est) hoc tantum habetur, quod sint vt diametrorum quadrata, vel in dupla ratione diametrorum; neque illis alia variatio contingit, sicuti ellipsibus competere ex superioribus compertum est.

THEOREMA XI. PROPOS. XII.

Qvęcunq; de omnibus quadratis parallelogrammorum, appositas ibi conditiones habentium, ostensa sunt in Theor. 9. 10. 11. 12. 13. lib. 2 eadem de omnibus quadratis circulorum, vel ellipsium illis inscriptorum (regula in vtrisque altero axium, vel diametrorum coniugatarum) verificabuntur.

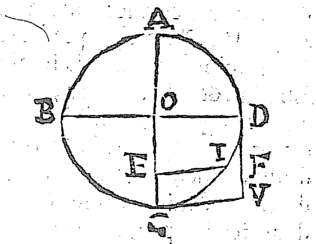
Patet hæc propositio, nam omnia quadrata circulorum, vel ellipsium (regula altero axium, vel diametrorum) sunt subsesquialtera omnium quadratorum parallelogrammorum, quibus inscribuntur, latera habentium dictis axibus, vel diametris parallela; habentibus autem illis appositas ibi conditiones in suis lateribus, eędem adsunt in axibus, vel diametris circulorum, vel ellipsium, quibus circumscribuntur, & è contra; & ideò conclusiones, quæ collectæ sunt pro illis in dictis Theor. etiam pro omnibus quadratis circulorum, vel ellipsium illis inscriptorum, vt demonstratę recipi possunt, cum sint eorum partes proportionales, iisdem regulis pro omnibus quadratis circulorum, vel ellipsium, &, pro omnibus quadratis parallelogrammorum illis circumscriptorum, assumptis, quod, &c. Coroll. 1. huius.

THEO-

THEOREMA XII. PROPOS. XIII.

SI circulum, vel ellipsim duæ rectæ lineæ in terminis coniugatarum diametrorum tetigerint inter se conuenientes, eisdem diametris ductis. Omnia quadrata constituti parallelogrammi ad omnia quadrata trilinei à dictis tangentibus, & ab inclusa curua comprehensi, regula altera diametrorum, erunt vt dictum parallelogrammum ad sui reliquum, dempto quadrante circuli, vel ellipsis iam dictæ, quod inscribitur prædicto parallelogrammo, simul cum excessu dicti quadrantis super duas tertias iam dicti parallelogrammi, quæ ratio erit proximè, vt 21. ad 2.

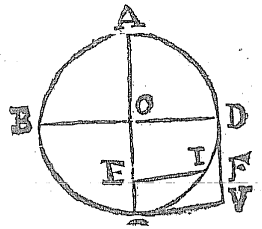
Sit circulus, vel ellipsis, A B C D, cuius diametri coniugatæ, A C, B D, in quorum terminis, C, D, duæ rectæ lineę ipsum tangentes inter se conueniant in, V. Dico ergo (sumpta regula qualibet diametrorum, vt, B D,) quod omnia quadrata parallelogrammi, O V, ad omnia quadrata trilinei, D C V, duabus tangentibus, D V, V C, & ab ijs inclusa curua, D C, comprehensi sunt, vt idem parallelogrammum, O V, ad sui reliquum dempto quadrante, O C D, circuli, vel ellipsis, A B C D, simul cum eo spatio, quo idem quadrans excedit duas tertias parallelogrammi, O V. Sumatur intra, O C, vtcunque punctum, E, & per, E, ducatur ipsi, B D, parallela, E F, secans curuam, D C, in, I. Omnia ergo quadrata parallelogrammi, O V, ad rectangula sub parallelogrammo, O V, & semiportione, O C D, sunt vt parallelogrammum, O V, ad eandem semiportionem, O C D; sed eadem ad omnia quadrata semiportionis, O C D, sunt sexquialtera, ergo ad residuum erunt vt parallelogrammum, O V, ad residuum semiportionis, O C D, demptis ab ea, $\frac{2}{3}$, parallelogrammi, O V, quarum idem parallelogrammum, O V, est sexquialterum; residuum autem rectangulorum sub parallelogrammo, O V, & semiportione, O C D, demptis omnibus quadratis semiportionis, O C D, sunt rectangula sub semiportione, O C D, & trilineo, C D V, nam veluti in, E F,



Coroll. 1. 26. lib. 2.
Coroll. 1. huius.
Vide ibid. dicta.

 E F,

EF, ducta, vtcunque quadratum, EI, detractum à rectangulo ſub, IE, EF, relinquit rectangulum ſub, EI, IF, ita in cæteris ſequitur; Iux. dicta & illis ſimul collectis ſequitur etiam, quod detractis omnibus qua- pro C.23. dratis ſemiportionis, OCD, à rectangulis ſub parallelogrammo, O lib.2. V, & ſemiportione, OCD, relinquantur rectangula ſub ſemiportione, OCD, & trilineo, DCV, ad hæc igitur, quæ ſunt dictum reſiduum, omnia quadrata parallelogrammi, OV, erunt vt parallelogrammum, OV, ad reſiduum ſemiportionum, OCD, ab ea demptis, $\frac{2}{3}$, parallelogrammi, OV; eadem autem omnia quadrata parallelogrammi, OV, ad rectangula ſub parallelogrammo. Per C.23. OV, & ſemiportione, OCD, .i. ad lib.2. omnia quadrata ſemiportionis, OCD, vna cum rectangulis ſub ſemiportione, OCD, & trilineo, CVD, ſunt vt parallelogrammum, OV, ad



ſemiportionem, OCD, vt paulò ſupra in hac demonſtratione oſtendimus, ergo, colligendo, omnia quadrata parallelogrammi, OV, ad omnia quadrata ſemiportionis, OCD, vna cum rectangulis bis ſub ſemiportione, OCD, & trilineo, CVD, ſumptis, erunt vt parallelogrammum, OV, ad ſemiportionem, OCD, vna cum exceſſu, quo dicta ſemiportio, OCD, excedit, $\frac{2}{3}$, parallelogrammi, OV, ergo, per conuerſionem rationis, omnia quadrata parallelogram- Per D.23. mi, OV, ad omnia quadrata trilinei, DCV, quæ remanent detra- lib.2. ctis omnibus quadratis ſemiportionis, OCD, vna cum rectangulis ſub illa, & ſub trilineo, DCV, bis ſumptis, ab omnibus quadratis parallelogrammi, OV; (veluti detracto quadrato, EI, vna cum rectangulo bis ſub, EI, IF, remanet quadratum, IF,) ad omnia quadrata trilinei, DCV, erunt vt parallelogrammum, OV, ad reſiduum, detracta ſemiportione, OCD, vna cum exceſſu, quo ipſa ſuperat duas tertias parallelogrammi, OV, à dicto parallelogrammo, OV.

Eſt verò parallelogrammum, OV, ad dictum ſpatium reſiduum proximè, vt 21. ad 2. nam ſi ſupponamus parallelogrammum, OV, eſſe 21. erit ſemiportio, OCD, earumdem partium proximè 16. $\frac{1}{2}$, 23. huius, eſt .n. ad eam, ſicut rectangulum, quod eſſet circulo, vel ellipſi, ABCD, circumſcriptum, habens latera ipſis, AC, BD, axibus parallela ad eundem circulum, vel ellipſim .i. vt 14. ad 11. proximè, vt oſtendit Archimedes lib. de Dimenſione Circuli, eſt .n. vt 14. ad 11. ita 21. ad 16. $\frac{1}{2}$, rurſus duæ tertiæ parallelogrammi, OV, ſunt 14. lelo-

ſemiportio verò, OCD, quæ eſt proximè 16. $\frac{1}{2}$, excedit, $\frac{2}{3}$, parallelogrammi, OV, ſcilicet 14. per 2 $\frac{1}{2}$, ſi ergo ſemiportioni, OCD, quæ eſt proximè 16 $\frac{1}{2}$, iunxerimus exceſſum eiuſdem ſemiportionis ſuper, $\frac{2}{3}$, parallelogrammi, OV, .i. 2 $\frac{1}{2}$, fiet totum conſequens proximè 19. hoc ſi detrahatur à toto parallelogrammo, OV, quod eſt 21. relinquentur 2. erit ergo parallelogrammum, OV, ad hoc reſiduum proximè, vt 21. ad 2. vnde & omnia quadrata parallelogrammi, OV, ad omnia quadrata trilinei, DCV, erunt proximè vt 21. ad 2. quod erat oſtendendum.

COROLLARIVM.

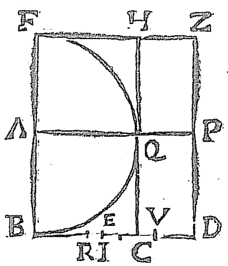
HINC patet, ſi nos præciſè ſciamus, quam rationem habeant omnia quadrata parallelogrammi, OV, ad omnia quadrata trilinei, DCV, quia etiam ſcimus, quam rationem habeant omnia quadrata, CD, ad omnia quadrata ſemiportionis, OCD, ſciemus etiam, quam rationem habeant eadem ad rectangula ſub ſemiportione, OCD, & trilineo, DCV, bis ſumpta, & item nota erit ratio ad eadem ſemel ſumpta, quæ ſi iungantur omnibus quadratis ſemiportionis, OCD, componentur rectangula ſub parallelogrammo, OV, & ſemiportione, Per C.23. lib.2. *OCD, & fiet nota ratio omnium quadratorum, OV, ad rectangula ſub parallelogrammo, OV, & ſemiportione, OCD, quæ eſt eadem* Coroll.1. *ei, quam habet parallelogrammum, OV, ad ſemiportionem, OCD,* 26. lib.2. *& ideò hæc erit nota, ſicut etiam erit nota ratio parallelogrammi circulo, vel ellipſi, ABCD, circumſcripti, habentis latera parallela ipſis, AC, BD, ad eundem circulum, vel ellipſim, ABCD, & hinc haberetur circuli quadratura; ideò quærendum eſt, quam rationem habeant præciſè omnia quadrata, OV, ad omnia quadrata trilinei, CDV; quod hucuſque nec alijs, nec mihi compertum eſſe potuit.*

THEOREMA XIII. PROPOS. XIV.

SI circa parallelogrammi rectanguli quodlibet laterum, tamquam circa diametrum integrorum, ſemicirculus, vel ſemiellipſis, etiam ipſo non exiſtente rectangulo, deſcripti fuerint, circumferentia autem circuli, vel curua ellipſis non pertingant, neque ſecet oppoſitum prædicto latus, ſit autem regula parallelogrammi baſis: Omnia quadrata dicti parallelogrammi ad omnia quadrata figuræ, quæ reliquis tribus parallelogrammi lateribus (dempto eo, quod pro

pro axi ſumptum eſt) & curua circuli, vel ellipſis contine-tur, erunt proximè, vt baſis eiuſdem parallelogrammi ad ſui reliquum, demptis ab ea, $\frac{11}{14}$, rectæ lineæ, quæ ſit æqualis dimidiæ ſecundæ diametri prædicti circuli, vel ellipſis, ſimul cum exceſſu, quo dicti, $\frac{11}{14}$, excedunt, $\frac{2}{3}$, tertiæ proportionalis duarum, quarum prima eſt dicta baſis, ſecunda autem dicta ſecundæ diametri dimidia.

Sit parallelogrammum, F D, & circa latus, F B, vtcunque tamquam circa diametrum (intellige autem ſemper diametrum hic, & in ſequentibus, vt eſt nomen commune diametro, & axi) integri ſit deſcriptus ſemicirculus, vel ſemiellipſis, F Q B, cuius curua, F Q B, neque tangat, neque ſecet latus, Z D, oppoſitum lateri, F B, bifariam autem diuiſa, F B, in, A, & per, A, ipſi, B D, baſi ducta parallela, A P, ſecetur à curua, F Q B, vtcunq; in, Q; erit autem, A Q, dimidia ſecundæ axis circuli, vel ellipſis, cuius centrum, A; du-
17.1.Con. catur inſuper per, Q, ipſi, F B, parallela, H C, quæ tanget circulum dictum, vel ellipſim, & erit, B C, æqualis ipſi, A Q; fiat deinde, vt, D B, ad, B C, ita, B C, ad, B I, & ſumatur, B R, quæ ſit, $\frac{2}{3}$, B I, & , B E, quæ ſit, $\frac{11}{14}$, ipſius, C B, & , E V, quæ ſit æqualis ipſi, E R, regula verò ſit, B D. Dico ergo omnia quadrata parallelogrammi, F D, ad omnia quadrata figuræ, quæ comprehenditur tribus lateribus, F Z, Z D, D B, & curua, F Q B, eſſe, vt, B D, ad, D V, proximè. Omnia .n. quadrata parallelogrammi, F D, ad rectangula ſub paralle-
Coroll.1. 26.lib.2. logrammo, F D, & ſemicirculo, vel ſemiellipſis, F Q B, ſunt vt parallelogrammum, F D, ad eundem ſemicirculum, vel ſemiellipſim, F Q B; quia verò parallelogrammum, F D, ad parallelogrammum, F C, eſt vt, D B, ad, B C,



5.Lib.2. & item parallelogrammum, F C, ad ſemicirculum, vel ſemiellipſim,
Arch. de Dim.Cir. F Q B, eſt proximè vt 14. ad 11. ideſt vt, C B, ad, B E, ergo ex æquali parallelogrammum, F D, ad ſemicirculum, vel ſemiellipſim, F Q B, erit vt, D B, ad, B E, & ideò omnia quadrata parallelogrammi, F D, ad rectangula ſub parallelogrammo, F D, & ſemicirculo,
5.Lib.2. vel ſemiellipſi, F Q B, erunt vt, D B, ad, B E, .i. ſumpta, D B, communi altitudine erunt, vt quadratum, D B, ad rectangulum ſub, D B, B E, quod ſerua.

Aduerte nunc, quod rectangula ſub parallelogrammo, F D, & ſemi-

micirculo, vel ſemiellipſi, F Q B, diuiduntur per curuam, F Q B, in rectangula ſub quadrilineo, F Q B D Z, & ſemicirculo, vel ſemiellipſi, F Q B, & in omnia quadrata ſemicirculi, vel ſemiellipſis, F Q B, videndum ergo nunc eſt, quam rationem habeant omnia quadrata, F D, ad omnia quadrata ſemicirculi, vel ſemiellipſis, F Q B, quod ſic patet; omnia quadrata, F D, ad omnia quadrata, F C, ſunt vt quadratum, D B, ad quadratum, B C, .i. ad rectangulum ſub, D B, B I, nam tres, D B, B C, B I, ſunt continuè proportionales, omnia item quadrata, F C, omnium quadratorum ſemicirculi, vel ſemiellipſis, F Q B, ſunt ſexquialtera .i. ſunt vt rectangulum, D B I, ad rectangulum, D B R, quia, B R, eſt, $\frac{2}{3}$, B I, ergo ex æquali omnia quadrata, F D, ad omnia quadrata ſemicirculi, vel ſemiellipſis, F Q B, ſunt vt quadratum, D B, ad rectangulum ſub, D B, B R, omnia autem quadrata, F D, ad rectangula ſub, F D, & ſemicirculo, vel ſemiellipſi, F Q B, erant vt idem quadratum, D B, ad rectangulum ſub, D B, B E, ergo omnia quadrata, F D, ad rectangula ſub ſemicirculo, vel ſemiellipſi, F Q B, & ſub quadrilineo, F Q B D Z, erunt vt idem quadratum, D B, ad rectangulum ſub, D B, & , R E, ad eadem verò bis ſumpta, vt idem quadratum, D B, ad rectangulum ſub, D B, & , R V, quia verò omnia quadrata, F D, ad omnia quadrata ſemicirculi, vel ſemiellipſis, F Q B, ſunt vt quadratum, D B, ad rectangulum ſub, D B, B R, ergo colligendo omnia quadrata, F D, ad omnia quadrata ſemicirculi, vel ſemiellipſis, F Q B, vna cum rectangulis ſub ſemicirculo, vel ſemiellipſi, F Q B, & quadrilineo, F Q B D Z, bis ſumptis, erunt vt quadratum, D B, ad rectangula ſub, D B, B R, D B, R V, .i. ad rectangulum ſub, D B, B V, quia verò ſi ab omnibus quadratis, F D, ſubtraxeris omnia quadrata ſemicirculi, vel ſemiellipſis, F Q B, vna cum rectangulis bis ſub eodem ſemicirculo, vel ſemiellipſi, F Q B, & ſub quadrilineo, F Q B D Z, remanent omnia quadrata quadrilinei, F Q B D Z, ideò, per conuerſionem rationis, omnia quadrata parallelogrammi, F D, ad omnia quadrata quadrilinei, F Q B D Z, erunt vt quadratum, B D, ad rectangulum ſub, B D, D V, .i. vt, B D, ad, D V, quod tantum proximè verificatur, non .n. parallelogrammum, F C, ad ſemicirculum, vel ſemiellipſim, F Q B, eſt præciſè, vt 14. ad 11. ſed tantum proximè, ideò, &c.

Per C.23. lib.2.

9.Lib.2. Elici etiã poteſt ex 12.lib.2.

Coroll.1. huius.

5.Lib.2.

Per D.23. lib.2.

5.Lib.2.

Deſiderari nunc tantum videtur in hac demonſtratione, quod probetur punctum, R, non identificari puncto, E, ſed cadere inter, B E, quod ſic faciè patet, cum .n. oſtenſum ſit omnia quadrata, F D, ad rectangula ſub parallelogrammo, F D, & ſemicirculo, vel ſemiellipſi, F Q B, eſſe vt quadratum, D B, ad rectangulum ſub, D B, B E, inſuper oſtenſum ſit omnia quadrata, F D, ad omnia quadrata ſemi-

ſemicirculi, vel ſemiellipſis, F Q B, eſſe vt quadratum, D B, ad rectangulum ſub, D B, B R, quoniam rectangula ſub, F D, & ſemicirculo, vel ſemiellipſi, F Q B, ſunt maiora omnibus quadratis ſemicirculi, vel ſemiellipſis, F Q B, ideò etiam rectangulum ſub, D B, B E, ſemper maius eſt rectangulo ſub, D B, B R, & ideo punctum, R, ſemper cadet inter punctum, B, & punctum, E, quocunque deinde cadat punctum, I, vnde patet, &c.

Similiter, quia omnia quadrata ſemicirculi, vel ſemiellipſis, F Q B, vna cum rectangulis ſub eodem, & ſub quadrilineo, F Q B D Z, bis ſumptis, minora ſunt omnibus quadratis, F D, ideò, B V, compoſita ex tribus, B R, R E, E V, minor eſt ipſa, B D, nam, D B, ad, B V, eſt, vt omnia quadrata, F D, ad compoſitum ex omnibus quadratis ſemicirculi, vel ſemiellipſis, F Q B, & ex rectangulis ſub eodem, & ſub quadrilineo, F Q B D Z, bis ſumptis, vnde omnia clarè patent.

COROLLARIVM.

HINC habetur omnia quadrata, F D, ad reliquum ſui, demptis omnibus quadratis quadrilinei, F Q B D Z, eſſe, vt, D B, ad, B V.

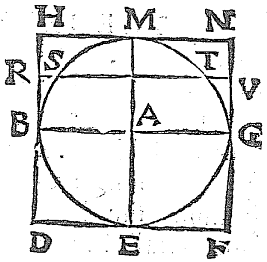
THEOREMA XIV. PROPOS. XV.

SI circulo, vel ellipſi circumſcribatur parallelogrammum, habebit latera eorundem diametris parallela; ſumpto autem quolibet laterum pro regula; omnia quadrata dicti parallelogrammi rectanguli, ad omnia quadrata circuli, vel ellipſis inſcripti, vna cum rectangulis bis ſub eodem circulo, & duobus trilineis cuilibet laterum adiacentibus, quæ non fuerunt ſumpta pro regula, erunt, vt dictum parallelogrammum ad dictum circulum, vel ellipſim.

Sit circulus, vel ellipſis, M B E G, cuius centrum, A, per quod tranſeant diametri, M E, B G, ductis autem tangentibus circulum, vel ellipſim in punctis, M, B, E, G, donec concurrant, ſit eidem cir-
19.1.Cor. cumſcriptum parallelogrammum, H F, quod habebit latera parallela ipſis axibus, M E, B G, ſit autem regula vtcunque, D F. Dico ergo omnia quadrata parallelogrammi, H F, ad omnia quadrata circuli, vel ellipſis, M B E G, vna cum rectangulis bis ſub eodem circulo, vel ellipſi, M B E G, & ſub trilineis, M G N, G F E, adiacentibus lateri, N F, ſumpto vtcunque ex duobus, H D, N F, quę non ſunt regula, eſſe vt parallelogrammum, H F, ad circulum, vel ellipſim, M B E G.

Omnia .n. quadrata parallelogrammi, H F, ſunt ſeſquialtera omnium quadratorum circuli, vel ellipſis, M B E G, & Coroll. 1. huius.
ideò ſunt ad illa, vt parallelogrammum, H F, ad ſui ipſius duas tertias, quod ſerua.

Quoniam verò omnia quadrata parallelogrammi, A F, ad rectangula ſub eodem, & ſub ſemiportione, A E G, ſunt vt parallelogram- Coroll. 5.
mum, A F, ad ſemiportionem, A E G, eadem verò ad omnia qua- 26.l.2.
drata ſemiportionis, A E G, ſunt ſeſquialtera .i. ſunt vt parallelogrammum, A F, ad ſui ipſius, $\frac{2}{3}$, igitur eadem ad reliqua.ſ.ad rectangula ſub ſemiportione, A E G, & trilineo, G E F, erunt vt parallelogrammum, A F, ad exceſſum, quo ſemiportio, A E G, excedit, $\frac{2}{3}$, parallelogrammi, AF, omnia autem quadrata, BF, ſunt quadrupla omnium quadratorum, A F, ergo omnia quadrata, B F, ad rectangula 7.l.2.
ſub ſemiportione, A E G, & trilineo, G E F, erunt vt quater parallelogrammum, A F, ad dictum exceſſum.i.vt parallelogrammum, H F, ad dictum exceſſum, & conſequentibus quadruplicatis, omnia quadrata parallelogrammi, B F, ad rectangula quater ſub ſemiportione, AEG, & trilineo, GEF, .i. ad rectangula bis ſub portione, B E G, & trilineo, GEF, erunt vt, HF, ad dictum exceſſum quater ſumptum, quia enim, A E, eſt diameter bifariam diuidit in portione, BEG, omnes ipſi, D F, æquidiſtantes, & ideò rectangula quater ſub ſemiportione, AEG, & trilineo, GEF, fiunt rectangula bis ſub portione, BEG, & trilineo, GEF, omnia ergo quadrata parallelogrammi, BF, ad rectangula bis ſub portione, BEG, & trilineo, G EF, vel eorum dupla.ſ.omnia quadrata parallelogrammi, HF, ad re- 10.l.2.
ctangula bis ſub circulo, vel ellipſi, MBEG, & ſub trilineis, MGN, GE F, erunt vt parallelogrammum, HF, ad quatuor exceſſus ſemiportionis, AEG, ſuper duas tertias parallelogrammi, AF, .i. ad exceſſum circuli, vel ellipſis, MBEG, ſuper, $\frac{2}{3}$, parallelogrammi, HF, erant autem omnia quadrata parallelogrammi, H F, ad omnia quadrata circuli, vel ellipſis, MBEG, vt idem parallelogrammum, HF, ad, $\frac{2}{3}$, ſui ipſius, ergo omnia quadrata parallelogrammi, H F, ad omnia quadrata circuli, vel ellipſis, MBEG, ſimul cum rectangulis bis ſub eodem circulo, vel ellipſi, MBEG, & ſub trilineis, MNG, GFE, erunt vt parallelogrammum, HF, ad ſui ipſius, $\frac{2}{3}$, vna cum exceſſu circuli, vel ellipſis, M B E G, ſuper eaſdem duas tertias .i. erunt vt parallelogrammum, H F, ad circulum, vel ellipſim, M B E G, quod erat oſtendendum.



ALI-

ALITER.

Omnia quadrata, B F, ad rectangula sub, B F, & sub portione, B E G, sunt vt, B F, ad portionem, B E G, rectangula verò sub portione, B E G, & parallelogrammo, B F, diuiduntur in rectangula sub, B E G, &, B D E, trilineo .i. sub trilineo, G E F, & sub, B E G, & trilineo, G E F, & sub, B E G, & eadem portione, B E G, .i. in omnia quadrata portionis, B E G, ergo omnia quadrata, B F, ad omnia quadrata portionis, B E G, simul cum rectangulis sub portione, B E G, & trilineo, G E F, bis sumptis, vel omnia quadrata, H F, ad omnia quadrata circuli, vel ellipsis, M B E G, simul cum rectangulis sub circulo, vel ellipsi, M B E G, & trilineis, M N G, G F E, bis sumptis, erunt vt, B F, ad portionem, B E G, vel vt, H F, ad circulum, vel ellipsim, M B E G, quod erat ostendendum.

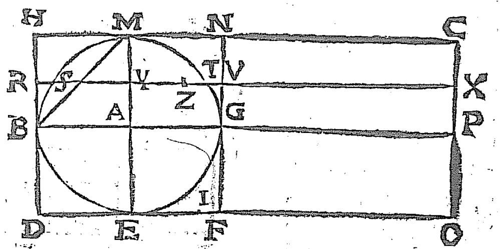
Coroll. 1. 26. lib. 2. per A. 23. lib. 2.

THEOREMA XV. PROPOS. XVI.

Si à parallelogrammo per lineam lateribus parallelam parallelogrammum abscindatur, quod intelligatur circulo, vel ellipsi circumscriptum, regula autem sit parallelogrammi basis: Omnia quadrata circumscripti parallelogrammi, simul cum rectangulis bis sub eodem, & sub reliquo parallelogrammo per dictam parallelam constituto, ad omnia quadrata dicti circuli, vel ellipsis, simul cum rectangulis bis sub eodem circulo, vel ellipsi, & sub quadrilineo duabus parallelis circulum, vel ellipsim tangentibus, inclusaque ab iisdem curua, & latere totius parallelogrammi, quod circulum, vel ellipsim non tangit, comprehenso, erunt, vt dictum circumscriptum parallelogrammum ad eundem circulum, vel ellipsim.

Sit ergo parallelogrammum, H O, cuius basis, & regula, D O, ductaque, N F, intra ipsum lateribus, H D, C O, parallela, sit abscissum à toto parallelogrammo, H O, parallelogrammum, H F, intelligatur autem circumscriptum circulo, vel ellipsi, M B E G, cuius centrum, A, per quod transeant diametri, M E, &, B G, quæ sit producta vsque in, P, erunt autem dictæ diametri parallelæ parallelogrammi, H O, lateribus, transibuntque per puncta contactuum, M, B,

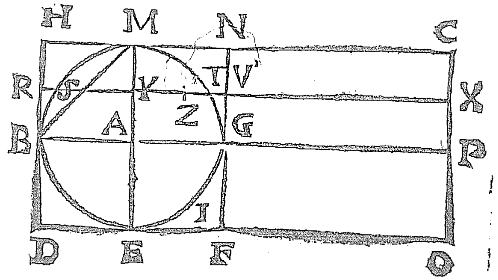
M, B, E, G. Dico igitur omnia quadrata parallelogrammi, H F, simul cum rectangulis bis sub, H F, & parallelogrammo, F C, ad omnia quadrata circuli, vel ellipsis, M B E G, simul cum rectangulis bis sub eodem circulo, vel ellipsi, M B E G, & sub quadrilineo, M G E O C, esse vt parallelogrammum, H F, ad circulum, vel ellipsim, M B E G: Omnia .n. quadrata parallelogrammi, H O, ad omnia quadrata parallelogrammi, M O, sunt vt quadratum, D O, ad quadratum, O E, omnia item quadrata parallelogrammi, M O, ad rectangula sub parallelogrammo, M O, & portione, M G E, sunt vt, M O, ad portionem, M G E, fiat vt, M F, ad portionem, M G E, ita, F E, ad, E I, erit ergo vt, M O, ad portionem, M G E, ita, O E, ad, E I, ergo omnia quadrata, M O, ad rectangula sub, M O, & portione, M G E, erunt vt, O E, ad, E I, .i. vt quadratum, O E, ad rectangulum sub, O E, E I, erant autem omnia quadrata, H O, ad omnia quadrata, O M, vt quadratum, D O, ad quadratum, O E, ergo ex æquali omnia quadrata, H O, ad rectangula sub, M O, & sub portione, M G E, erunt vt quadratum, D O, ad rectangulum sub, O E, E I, ad eadem verò quater sumpta, vt quadratum, D O, ad rectangulum sub, O E, & quadrupla, E I; rectangula autem sub, M O, & portione, M G E, æquantur rectangulis sub quadrilineo, M G E O C, & portione, M G E, vna cum omnibus quadratis portionis, M G E, illa igitur quater sumpta reddunt quater rectangula sub portione, M G E, & quadrilineo, M G E O C, vna cum omnibus quadratis portionis, M G E, quater sumptis, quia verò omnia quadrata circuli, vel ellipsis, M B E G, æquantur omnibus quadratis portionis, M B E, & portionis, M G E, vna cum rectangulis bis sub vtriq; portionibus .i. vna cum omnibus quadratis portionis, M G E, bis sumptis, & omnia quadrata portionis, M B E, æquantur omnibus quadratis portionis, M G E, ideò omnia quadrata portionis, M G E, quater sumpta æquantur omnib. quadratis circuli, vel ellipsis, M B E G, item rectangula sub portione, M G E, & quadrilineo, MGEOC, quater æquantur rectangulis sub toto circulo, vel ellipsi, MBEG, & sub quadrilineo, MGEOC, bis sumptis, itaut hucusq; probauerimus rectangula sub portione, M G E, & parallelogrammo, M O, quater sumpta æquari omnibus quadratis circuli,



9. Lib. 2. Coroll. 1. 26. lib. 2. 5. Lib. 2. Per C. 23. lib. 2. Per D. 23. lib. 2.

vel ellipsis, M B E G, vna cum rectangulis bis sub eodem circulo, vel ellipsi, & sub quadrilineo, M G E O C, quoniam verò ostensum est omnia quadrata, H O, ad rectangula sub portione, M G E, & parallelogrammo, M O, quater sumpta esse, vt quadratum, D O, ad rectangulum sub, O E, & quadrupla, E I, ideò ex æquali omnia quadrata, H O, ad omnia quadrata circuli, vel ellipsis, M B E G, vna cum rectangulis bis sub eodem circulo, vel ellipsi, & sub quadrilineo, M G E O C, erunt vt quadratum, D O, ad rectangulum sub, O E, & sub quadrupla, E I, quod serua.

14. Lib. 2. Quoniam verò omnia quadrata, H F, vna cum rectangulis bis sub parallelogrammis, H F, F C, ad omnia quadrata, H O, sunt, vt vnum, ad vnum .s. vt quadratum, D F, vna cum rectangulo bis sub, D F, F O, ad quadratum, D O, omnia quadrata verò parallelogrammi, H O, ad omnia quadrata circuli, vel ellipsis, M B E G, vna cum rectangulis bis sub eodem circulo, vel ellipsi, & sub quadrilineo, M G E O C, esse ostensa sunt, vt idem quadratum, D O, ad rectangulum sub, O E, & quadrupla, E I, ergo ex æquali omnia quadrata parallelogrammi, H F, vna cum rectangulis bis sub parallelogrammis, H F, F C, ad omnia quadrata circuli, vel ellipsis, M B E G, vna cum rectangulis bis sub eodem circulo, vel ellipsi, M B E G, erunt vt quadratum, D F, vna cum rectangulo sub, D F, F O, bis, ad rectangulum sub, O E, & quadrupla, E I, vel erunt, vt eorum dimidia .s. vt dimidium quadrati, D F,



quod erit rectangulum, D F E, vna cum rectangulo sub, D F O, semel (ex quibus componetur rectangulum sub, O E, F D,) ad rectangulum sub, O E, & dupla, E I, vel, vt adhuc horum dimidia .s. vt

1. Lib. 2. rectangulum sub, O E, &, E D, ad rectangulum sub, O E, &, E I, .i. vt, D E, ad, E I, quia, O E, altitudo est communis, ostensum ergo est omnia quadrata, H F, vna cum rectangulis bis sub parallelogrammis, H F, F C, ad omnia quadrata circuli, vel ellipsis, M B E G, vna cum rectangulis bis sub eodem, & sub quadrilineo, M G E O C, esse, vt, D E, vel, F E, ad, E I, .i. vt parallelogrammum, M F, ad portionem, M G E, vel vt parallelogrammum, H F, ad circulum, vel ellipsim, M B E G, quod erat propositum.

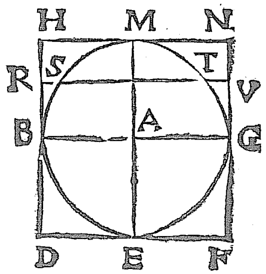
THEO-

THEOREMA XVI. PROPOS. XVII.

Omnia quadrata parallelogrammi circulo, vel ellipsi circumscripti (regula basi) ad omnia quadrata figuræ compositæ ex circulo, vel ellipsi, & ex duobus trilineis adiacentibus lateri, quod non est regula, nec ipsi parallelum, veluti dicitur in Th. 14. erunt, vt idem parallelogrammum ad circulum, vel ellipsim, cui circumscribitur, vna cum eo spatio, quod relinquitur, dempto à quarta parte dicti parallelogrammi circuli, vel ellipsis quadrante, simul cum excessu, quo idem quadrans superat duas tertias dicti parallelogrammi idest erit, proximè, vt 21. ad 17.

Exponatur denuò figura Theor. 14. Dico omnia quadrata parallelogrammi, H F, ad omnia quadrata figuræ compositæ ex circulo, vel ellipsi, M B E G, & trilineis, M G N, E G F, esse vt, H F, ad circulum, vel ellipsim, M B E G, vna cum residuo, dempto à parallelogrammo, M G, circuli, vel ellipsis, quadrante, M G A, simul cum eo excessu, quo idem quadrans superat duas tertias parallelogrammi, M G. Etenim ostensum est omnia quadrata, H F, ad omnia quadrata circuli, vel ellipsis, M B E G, vna cum rectangulis bis sub eodem, & sub trilineis, M N G, G F E, esse vt, H F, ad circulum, vel ellipsim, M B E G, quod serua. 15. huius.

Vlterius, quia omnia quadrata, H G, ad omnia quadrata, M G, sunt vt quadratum, B G, ad quadratum, G A, .i. vt parallelogrammum, H F, ad parallelogrammum, M G; insuper omnia quadrata, M G, ad omnia quadrata trilinei, M G N, sunt vt, M G, ad residuum dempto quadrante, M A G, simul cum eo spatio, quo idem superat duas tertias rectanguli, M G, ab eodem rectangulo, M G, ergo ex æquali omnia quadrata, H G, ad omnia quadrata trilinei, M G N, erunt vt, H F, ad residuum, dempto quadrante, M A G, simul cum eo spatio, quo idem superat, $\frac{2}{3}$, rectanguli, M G, ab eodem rectangulo, M G, &, duplicatis proportionis terminis, omnia quadrata, H F, ad omnia quadrata trilineorum, M N G, G F E, erunt vt duplum, H F, ad duplum illius 9. Lib. 2. 13. huius. 10. Lib. 2.



illius reſidui .i. vt, H F, ad vnum illud reſiduum; omnia autem quadrata eiuſdem, H F, ad omnia quadrata circuli, vel ellipſis, M B E G, ſimul cum rectangulis bis ſub eodem, & ſub trilineis, M N G, G F E, ſunt vt, H F, ad circulum, vel ellipſim, M B E G, ergo, colligendo, omnia quadrata, H F, ad omnia quadrata circuli, vel ellipſis, M B E G, & ad omnia quadrata trilineorum, M N G, G F E, ſimul cum rectangulis bis ſub circulo, vel ellipſi, M B E G, & trilineis, M N G, G F E, ideſt ad omnia quadrata figuræ, N M B E F, Per D. 23. lib. 2. erunt vt, H F, ad circulum, vel ellipſim, M B E G, ſimul cum reſiduo, dempto à parallelogrammo, M G, quadrante, M A G, & eo ſpatio, quo idem excedit duas tertias parallelogrammi, M G.

Dico nunc hanc rationem eſſe, vt 21. ad 17. proximè, parallelogrammum enim, M G, ad dictum reſiduum eſt, vt 21. ad 2. proximè, vt oſtendimus Theor. 12. parallelogrammum verò, H F, quadruplum eſt ipſius, M G, ergo, H F, ad illud reſiduum eſt, vt 84. ad 2. proximè, eſt autem idem, H F, ad circulum, vel ellipſim, M B E G, vt 14. ad 11. proximè .i. vt 84. ad 66. ergo parallelogrammum, H F, ad compoſitum ex circulo, vel ellipſi, M B E G, & dicto reſiduo eſt, vt 84. ad 68. proximè .i. vt 21. ad 17. proximè, ideò omnia quadrata, H F, ad omnia quadrata figuræ, N M B E F, ſunt proximè, vt 21. ad 17. patet ergo propoſitum.

COROLLARIVM I.

3. Lib. 8. *HINC patet, quoniam omnia quadrata, H F, omnium quadratorum, M F, ſunt quadrupla, quod ſunt ad illa, vt, H F, ad, M G, & ideò, ſi dempſeris omnia quadrata, M F, ab omnibus quadratis figuræ, N M B E F, omnia quadrata, H F, ad reſiduum erunt, vt, H F, ad illud, quod relinquitur, dempto, M G, à circulo, vel ellipſi, MBEG, & reſiduo ſæpius dicto .ſ. quod remanet ablato ab, M G, quadrante, M A G, & eo exceſſu, quo idem ſuperat, $\frac{2}{3}$, M G, eſt autem, H F, ad hac remanentia ſpatia proximè, vt 84. ad 47.*

Conſtitue .n. H F, 84. erit circulus, vel ellipſis, M B E G, 66. & dictum reſiduum 2. vt ſupra oſtendimus (proximè ſemper intellige) eſt autem, M G, 21. demas ergo 21. à compoſito ex 66. & 2. ideſt à 68. remanent 47 eſt ergo, H F, ad remanentia ſpatia, vt 84. ad 47. vnde omnia quadrata, H F, ad reſiduum, demptis omnibus quadratis, M F, ab omnibus quadratis figuræ, N M B E F, erunt, proximè, vt 84. ad 47. quod eſt propoſitum.

COROLLARIVM II.

HINC etiam patet, quoniam omnia quadrata, M F, ad omnia quadrata trilineorum, M N G, G F E, ſunt, vt 21. ad 2. proximè, quod ad ſui reliquum erunt, vt 21. ad 19. proximè, ſunt autem omnia quadrata, H F, quadrupla omnium quadratorum, M F, & ideò omnia quadrata, H F, ad reſiduum, demptis omnibus quadratis trilineorum, M N G, G F E, ab omnibus quadratis, M F, erunt proximè, vt 84. ad 19. ſunt autem omnia quadrata, H F, ad reſiduum, demptis omnibus quadratis, M F, ab omnibus quadratis figuræ, N M B E F, vt 84. ad 47. proximè, ergo reſiduum primum .i. quod relinquitur, demptis omnibus quadratis trilineorum, M N G, G F E, ab omnibus quadratis, M F, ad reſiduum ſecundum .i. ad id, quod relinquitur, demptis omnibus quadratis, M F, ab omnibus quadratis figuræ, N M B E F, erit proximè, vt 19. ad 47. vnde patet, &c.

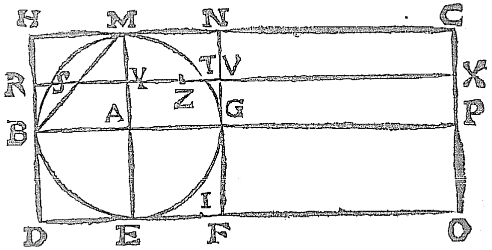
THEOREMA XVII. PROPOS. XVIII.

EXponatur denuo figura Prop. 16. Dico omnia quadrata, H O, (regula eadem ibi ſumpta) ad omnia quadrata figuræ compoſitæ ex parallelogrammo, M O, & ſemicirculo, vel ſemiellipſi, M B E, eſſe, vt quadratum, D O, ad rectangulum ſub, D O, O E, vna cum rectangulo ſub, O E, & ſub exceſſu, quo dupla, E I, ſuperat, E F, cum, $\frac{2}{3}$, quadrati, D E.

QVoniam ergo omnia quadrata figuræ, C M B E O, diuiduntur per lineam, M E, in omnia quadrata parallelogrammi, M O, in omnia quadrata ſemicirculi, vel ſemiellipſis, M B E, & in re- Per D. 23. lib. 2. ctangula bis ſub, M O, & ſub ſemicirculo, vel ſemiellipſi, M B E, patet primò, quod omnia quadrata, H O, ad omnia quadrata, M O, ſunt, vt quadratum, D O, ad quadratum, O E. Inſuper omnia quadrata, H O, ad omnia quadrata, H E, ſunt vt quadratum, O D, ad quadratum, D E, omnia verò quadrata, H E, ad omnia quadrata ſemicirculi, vel ſemiellipſis, M B E, ſunt vt quadratum, D E, Coroll. 1. huius. ad ſui ipſius, $\frac{2}{3}$, ergo ex æquali omnia quadrata, H O, ad omnia quadrata ſemicirculi, vel ſemiellipſis, M B E, ſunt vt quadratum, O D, ad, $\frac{2}{3}$, quadrati, D E. Vlterius omnia quadrata, H O, ad omnia

nia quadrata, M O, sunt vt quadratum, D O, ad quadratum, O E; omnia item quadrata, M O, ad rectangula sub, M O, & semicirculo, vel semiellipsi, M B E, sunt vt, O M, ad semicirculum, vel semiellipsim, M B E, .i. vt, O E, ad, E I, nam facta est, F E, ad, E I, vt, M F, ad semicirculum, vel semiellipsim, M G E; ad eadem verò rectangula bis sumpta, erunt vt, O E, ad duplam, E I; igitur, colligendo, omnia quadrata, H O, ad omnia quadrata semicirculi, vel semiellipsis, M B E, ad omnia quadrata, M O, & ad rectangula bis sub semicirculo, vel semiellipsi, M B E, & sub, MO, simul sumpta .i. ad omnia quadrata figuræ, C M B E O, erunt vt quadratum, O D, ad quadratum, O E, ad, $\frac{2}{3}$, quadrati, D E, cum rectangulo sub, O E, & dupla, E I, simul sumpta; quia verò semicirculus, vel semiellipsis, M G E, est plusquam dimidium parallelogrammi, M F, etiam, E I, erit plusquam dimidia, E F; & ideò dupla, E I, excedet ipsam, E F, vel ipsam, D E, rectangulum ergo sub, O E, & dupla, E I, poterimus diuidere in rectangulum sub, O E, &, E D, & in rectangulum sub, O E, & excessu, quo dupla, E I, superat, E D, iungamus rectangulum sub, D E, E O, cum quadrato, E O, fiet rectangulum sub, D O, O E; quadratum ergo, O E, $\frac{2}{3}$, quadrati, E D, & rectangulum sub, O E, & dupla, E I, commutata sunt vt in, $\frac{2}{3}$, quadrati, E D, in rectangulum sub, D O, O E, cum rectangulo sub, O E, & sub excessu duplæ, E I, super, E D. Omnia ergo quadrata, H O, ad omnia quadrata figuræ, C M B E O, erunt vt quadratum, D O, ad rectangulum sub, D O, O E, cum rectangulo sub, O E, & sub excessu duplæ, E I, super, E D, vel, E F, cum, $\frac{2}{3}$, quadrati, D E, quod erat ostendendum.

Coroll. 1. 26. lib. 2.



CO

COROLLARIVM.

PATET autem omnia quadrata, H P, ad omnia quadrata figuræ, B M C P, esse pariter, vt quadratum, B P, ad rectangulum sub, B P, P A, vna cum rectangulo sub, P A, & sub excessu, quo dupla, E I, superat, E F, cum, $\frac{2}{3}$, quadrati, B A. Et quoniam, iuncta, B M, ostensum est omnia quadrata, H P, ad omnia quadrata trapezij, M B, P C, esse vt quadratum B P, ad rectangulum, B P A, vna cum $\frac{1}{3}$, quadrati, A B, ideò eadem omnia quadrata, H P, ad residuum omnium quadratorum figuræ, quæ eisdem, M C P B, & curua, M B, continetur, demptis ab iisdem omnibus quadratis trapezij, B M C P, erunt vt idem quadratum, B P, ad rectangulum sub, A P, & sub excessu dupla, E I, super, E F, vna cum, $\frac{1}{3}$, quadrati, B A. —

28. Lib. 2.

THEOREMA XVIII. PROPOS. XIX.

EXposita adhuc figura Propos. 15. & intra circulum, vel ellipsim, M B E G, ducta, R V, vtcunq; regulæ, D F, parallela, diuidente ipsum circulum, vel ellipsim in duas vtcunque portiones, S M T, S E T. Dico omnia quadrata portionis, S M T, cum rectangulis bis sub eadem portione, & sub quadrilineo, M T V N, ad omnia quadrata portionis, S E T, cum rectangulis bis sub eadem portione, & sub trilineis, T G V, G E F, esse vt portio, S M T, ad portionem, S E T.

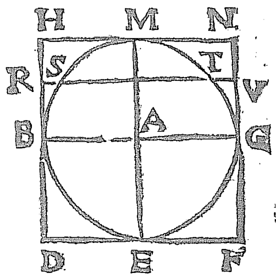
Quoniam .n. rectangula sub portione, S M T, & parallelogrammo, H V, ad omnia quadrata, H V, sunt vt portio, S M T, ad parallelogrammum, H V, rectangula verò sub, S M T, & parallelogrammo, H V, diuiduntur in rectangula sub, S M T, & sub, S M T, idest in omnia quadrata, S M T, & in rectangula sub, S M T, & sub quadrilineis, H R S M, M T V N, idest bis sub, S M T, & sub quadrilineo, M T V N; nam cum, M E, sit diameter, bifariam diuidit tum ordinatim applicatas in parallelogrammo, H F, tum in circulo, vel ellipsi, M B E G, & ideò excessus earundem linearum hinc inde relinquuntur æquales, vnde in quadrilineis, H R S M, M T V N, lineæ in eadem rectitudine sumptæ sunt æquales, ideò omnia quadrata portionis, S M T, & rectangula sub eadem, & sub quadri-

Coroll. 1. 26. lib. 2. per A. 23. lib. 2.

dri-

drilineo, M T V N, bis sumpta, sunt ad omnia quadrata, H V, vt portio, S M T, ad parallelogrammum, H V. Omnia insuper quadrata, H V, ad omnia quadrata, V D, sunt vt, H R, ad, R D, .i. vt, H V, ad, V D; eodem deniq; modo, quo supra, ostendemus omnia quadrata, R F, ad omnia quadrata portionis, SET, cum rectangulis bis sub eidem, & sub trilineis, T G V, G E F, esse vt, R F, ad portionem, S E T, ergo ex æquali, omnia quadrata portionis, S M T, cum rectangulis bis sub eadem, & sub quadrilineo, M T V N, ad omnia quadrata portionis, S E T, cum rectangulis bis sub eadem, & sub trilineis, T G V, G F E, erunt vt portio, S M T, ad portionem, S E T, quod ostendere opus erat.

C. 6. l. 2.



COROLLARIVM.

HINC patet omnia quadrata parallelogrammorum in eadem altitudine cum portionibus, vel frustibus portionum existentium, ad omnia quadrata earundem simul cum rectangulis bis sub ijsdem, & sub quadrilineis, vel trilineis, quæ illis è regione respondent lateri, N F, adiacentia, veluti supra fuerunt quadrilineum, M T V N, & trilineum, T G V, G E F, esse, vt eadem parallelogramma ad easdem portiones, vel portionum frusta, quod ex supra dictis clarè patet.

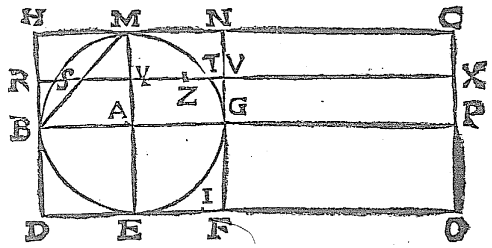
THEOREMA XIX. PROPOS. XX.

EXposita adhuc figura Propos. 16. & intra circulum, vel ellipsim ducta quacunq; regulæ parallela, R X, diuidente ipsum vtcunq; in duas portiones, S M T, S E T. Dico omnia quadrata portionis, S M T, cum rectangulis bis sub eadem, & sub quadrilineo, M T X C, ad omnia quadrata portionis, SET, cum rectangulis bis sub eadem, & sub quadrilineo, T G E O X, esse vt portio, SMT, ad portionem, S E T.

Coroll. 1. 26. l. 2. Fiat prius, vt, M V, ad semiportionem, M Y T, sic, V Y, ad, Y Z. Omnia ergo quadrata, M X, ad rectangula sub, M X, & semiportione, M Y T, sunt vt, M X, ad, M Y T, diuide rectangula C. 23. l. 2.

sub,

sub, M X, &, M Y T, in omnia quadrata, M Y T, & in rectangula sub, M Y T, & sub, M T X C, omnia ergo quadrata, M X, ad omnia quadrata, M Y T, cum rectangulis sub, M Y T, & sub quadrilineo, M T X G, erunt vt, M X, ad, M Y T, .i. vt, X Y, ad, Y Z, .i. vt quadratum, X Y, ad rectangulum sub, X Y, &, Y Z, eadem verò ad hæc quater sumpta erunt, vt quadratum, X Y, ad rectangulum sub, X Y, & quadrupla, Y Z, sunt autem omnia quadrata semiportionis, M Y T, quater sumpta æqualia omnibus quadratis portionis, M S T, & rectangula sub, M Y T, & quadrilineo, M T X C, quater sumpta æqualia rectangulis sub eodem quadrilineo, & sub portione, S M T, bis sumptis, nam portio, S M T, bis continet semiportionem, M Y T, ergo conuertendo, omnia quadrata portionis, S M T, cum rectangulis bis sub eadem, & quadrilineo, M T X C, ad omnia quadrata, M X, erunt vt rectangulum sub quadrupla, Y Z, & sub, Y X, ad quadratum, Y X, omnia autem quadrata, M X, ad omnia quadrata, H V, cum rectangulis bis sub parallelogrammis, H V, V C, sunt vt vnum ad vnum .i. vt quadratum, Y X, ad quadratum, R V, cum rectangulis bis sub, R V, V X, ergo ex æquali omnia quadrata portionis, S M T, cum rectangulis bis sub eadem, & sub quadrilineo, M T X, ad omnia quadrata, H V, cum rectangulis bis sub parallelogrammis, H V, V C, erunt vt rectangulum sub, X Y, & quadrupla, Y Z, ad quadratum, R V, cum rectangulis bis sub, R V X, vel vt eorum dimidia .f. vt rectangulum sub, X Y, & dupla, Y Z, ad dimidium quadrati, RV, scilicet ad rectangulum sub, R V, V Y, cum rectangulo sub, R V, V X, vel adhuc, vt horum dimidia (componunt autem rectangulum sub, R V, V Y, cum rectangulo sub, R V, V X, ex quibus fit rectangulum sub, R V, Y X,) .f. vt rectangulum sub, Z Y, Y X, ad rectangulum sub, R Y, Y X, .i. vt, Z Y, ad, Y R, .f. vt semiportio, M Y T, ad, M V, vel vt portio, S M T, ad, H V. D. 23. huius.



Insuper omnia quadrata, H V, cum rectangulis bis sub parallelogrammis, H V, V C, ad omnia quadrata, R F, cum rectangulis bis sub parallelogrammis, R F, F X, sunt vt, H R, ad, R D, & tandem modo superiori ostendemus omnia quadrata, R F, cum rectangulis bis sub parallelogrammis, R F, F X, ad omnia quadrata portionis, S E T, cum rectangulis bis sub eadem, & sub quadrili-

neo,

neo, T G E O X, esse vt, R F, ad portionem, SET, ergo ex æquali omnia quadrata portionis, S M T, cum rectangulis bis sub eadem, & sub quadrilineo, M T X C, ad omnia quadrata portionis, SET, cum rectangulis bis sub eadem, & sub quadrilineo, T G E O X, erunt vt portio, S M T, ad portionem, S E T, quod ostendere oportebat.

COROLLARIVM.

HINC patet omnia quadrata parallelogrammorum in eadem altitudine cum portionibus, vel portionum frustibus existentium, vna cum rectangulis bis sub ijsdem parallelogrammis, & reliquis parallelogrammis illis in directum existentibus, ad omnia quadrata portionum, vel frustorum eorundem, simul cum rectangulis bis sub ijsdem, & sub quadrilineis illis in directum iacentibus, veluti fuerunt quadrilineam, M T X C, T G E O X, esse, vt dicta parallelogramma ad dictas portiones, vel portionum frusta; quod ex prædictis clarè patet; Vnde ex. g. omnia quadrata, R G, simul cum rectangulis bis sub parallelogrammis, R G, G X, ad omnia quadrata frusti, S B G T, cum rectangulis bis sub, S G B T, & quadrilineo, T G, P X, erunt vt parallelogrammum, R G, ad frustum, S B G T, hoc .n. pariter ostendetur, veluti probatum est omnia quadrata, H V, simul cum rectangulis bis sub, H V, V C, ad omnia quadrata portionis, S M T, simul cum rectangulis bis sub eadem, & sub quadrilineo, M T X C, esse vt, H V, ad portionem, S M T, vnde manifestum est, quod in hoc Corollario colligitur.

THEOREMA XX. PROPOS. XXI.

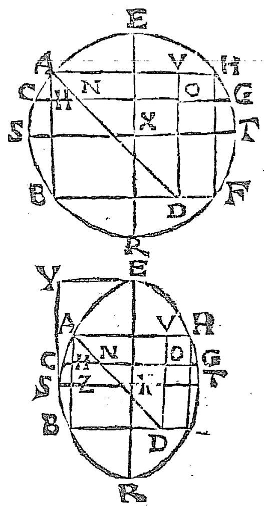
SI in circulo, vel ellipsi aptetur recta linea, per cuius extrema puncta ducantur duæ rectæ lineæ, quæ sint (existente apta parallela vni axium, vel diametrorum) parallelæ secundo axi, vel diametro, quæ sumatur pro regula: Rectangula sub portione minori abscissa per aptatam, & sub quadrilineo, quod aptata, & duabus dictis parallelis vsque ad curuam circuli, vel ellipsis productis, & ab ijsdem inclusa curua comprehenditur, in circulo, erunt æqualia rectangulis sub duobus triangulis per diametrum quadrati, vel rhombi (& hoc in ellipsi cum diametri coniugatę se obliquę secabunt, quibus latera dicti rhombi sint æquidistantia) ab eadem

eadem aptata descripti in ijsdem constitutis: In ellipsi verò ad eadem rectangula, erunt vt quadratum secundi axis, vel diametri, ad quadratum primæ.

Sit primò circulus, A B F H, & in eo vtcunque aptata recta, A B, parallela diametro, E R, & per puncta, A B, producantur vsq; ad circumferentiam, H F, duæ, A H, B F, parallelæ secundæ diametro, S T, quæ sumatur pro regula, quia autem circulus est, E S R T, ideò coniugatæ diametri, E R, S T, se secant ad angulos rectos, & sunt coniugati axes, & ideò, A H, B F, sunt perpendiculares ipsi, A B; super, A B, ergo fit descriptum quadratum, A D, & in eo ducta diameter, A D. Dico ergo rectangula sub portione, A S B, & quadrilineo, A B, F H, esse æqualia rectangulis sub duobus triangulis, A B D, A V D, sumatur enim in, A B, vtcunq; punctum, M, & per, M, ducatur ipsi, B F, parallela, C G, secans, A D, in, N; V D, in, O, & curuam circuli in, C G, quia ergo duæ, A B, C G, in circulo se secant in puncto, M, rectangulum, G M C, est æquale rectangulo, B M A, & quia, A M, est æqualis ipsi, M N, &, M B, ipsi, N O, rectangulum, A M B, est æquale rectangulo, MNO, ergo rectangulum, C M G, erit æquale rectangulo, M N O, idem de cæteris probabitur, ergo rectangula sub portione, A C B, & quadrilineo, A B F G H, erunt æqualia rectangulis sub triangulis, A B D, A V D, quod est propositum in circulo.

Defin. 7. 4. Elem.

35. 3. ele.



Sit nunc in inferiori figura ellipsis, E S R T, centrum, X, axes, vel diametri coniugatę, E R, prima, S T, secunda, sit autem in ipso aptata, A B, parallela ipsi, E R, per cuius extrema puncta, A B, productæ sint vsque ad curuam ellipsis duæ, A H, B F, parallelę secundæ axi, vel diametro, S T; sit insuper descriptum quadratum, vel rhombus, A D, cuius latera diametris, E R, S T, sint parallela, & in eo ducta diameter, A D, & per puncta, E, S, sint etiam ductæ tangentes, E Y, S Y, coincidentes in, Y, quæ erunt parallelæ diametris, E R, S T, .s. Y E, ipsi, S T, &, Y S, ipsi, E R; erit ergo,

Velut in circulo.

Ex 3. Co- go, vt quadratum, E Y, ad quadratum, Y S, ita rectangulum, T Z
ñic. p. 17. S, ad rectangulum, B Z A, eodem modo (sumpto in, A B, vtcunque puncto, M, & per, M, ducta, C M G, parallela ipsi, B F,) sequetur rectangulum, G M C, ad rectangulum, B M A, esse vt quadratum, E Y, ad quadratum, Y S, ergo rectangulum, T Z S, ad rectangulum, B Z A, erit vt rectangulum, G M C, ad rectangulum, B M A, & sic de reliquis ostendemus .i. rectangula sub portione, A S B, & quadrilineo, A H T F B, ad rectangula sub omnibus abscissis, A B, & residuis abscissarum eiusdem .i. ad rectangula sub triangulis, A B D, A V D, (sunt .n. rectangula sub omnibus abscissis, A B, & residuis abscissarum eiusdem, æqualia rectangulis sub duobus triangu-
Coro'l. 2. lis, A B D, A V D,) erunt vt rectangulum, T Z S, ad rectangulum,
Prop. 19. A Z B, idest vt quadratum, E Y, ad quadratum, Y S, vel vt quadra-
lib. 2. tum, S X, ad quadratum, X E, vel vt quadratum, S T, ad quadratum, E R; ergo rectangula sub portione, A S B, & quadrilineo, A H T F B, ad rectangula sub triangulis, A B D, A V D, erunt vt quadratum, S T, ad quadratum, E R; quod ostendere oportebat.

COROLLARIVM.

HINC patet, quoniam probauimus, omnia quadrata, A D, sexcupla esse rectangulorum sub triangulis, A B D, A V D, quod in circulo eadem quadrata sint sexcupla rectangulorum sub portione, A S B, & quadrilineo, A H T F B. In ellipsi verò, quia pariter omnia quadrata, A D, rectangulorum sub triangulis, A B D, A V D, sunt sexcupla .i. sunt ad illa, vt cubus, A B, ad sui ipsius sextam partem, insuper rectangula sub triangulis, A B D, A V D, ad rectangula
Cor. 24. *sub portione, A S B, & quadrilineo, A H T F B, sunt vt quadra-*
lib. 2. *tum, E R, conuertendo ad quadratum, S T, .i. vt sexta pars cubi, A B, ad eiusdem talem partem, ad quam ipsa sexta pars sit, vt quadratum, E R, ad quadratum, S T, hinc ex æquali omnia quadrata, A D, in ellipsi, ad rectangula sub portione, A S B, & quadrilineo, A H T F B, erunt vt cubus, A B, ad sui ipsius eam partem, ad quam eiusdem cubi, A B, sexta pars sit veluti quadratum, E R, ad quadratum, S T. Verum si in ellipsi diametri non sint axes, vice cubi, A B, concludemus omnia quadrata, A D, ad rectangula sub portione, A S B, & quadrilineo, A H T F B, esse vt parallelepipedum sub altitudine, A B, basi rhombo quod ab ipsa, A B, describitur, ad sui ipsius eam partem, ad quam eiusdem parallelepipedi pars sexta sit veluti quadratum, E R, ad quadratum, S T,*

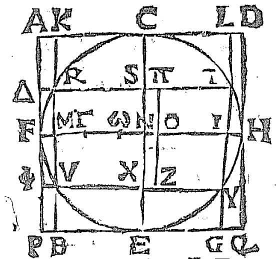
THEO-

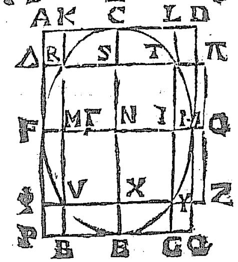
THEOREMA XXI. PROPOS. XXII.

SI intra parallelogrammum, quod circulo, vel ellipsi sit circumscriptum, ducatur lateribus eiusdem parallela quædam recta linea, per circuli, vel ellipsis centrum non transiens, altero reliquorum laterum regula existente. Omnia quadrata parallelogrammi, quod maiori portioni circuli, vel ellipsis iam dicti, remanent circumscriptum, ad omnia quadrata figuræ compositæ ex maiori portione, & duobus trilineis, qui ad basim eiusdem hinc inde extra constituuntur, demptis eorundem trilineorum omnibus quadratis, erunt in circulo, vt parallelepipedum sub basi parallelogrammo dictæ portioni maiori circumscripto, altitudine eiusdem portionis diametro ad cylindricum sub basi eadem maiori portione, altitudine differentia diametrorum maioris, ac minoris factarum portionum, vna cum sexta parte cubi basis eiusdem portionis. In ellipsi verò erunt, vt parallelepipedum sub basi parallelogrammo maiori portioni similiter circumscripto, altitudine eiusdem portionis diametro, ad cylindricum sub basi eadem maiori portione, altitudine differentia diametrorum maioris, ac minoris factarum portionum, vna cum ea parte cubi basis eiusdem portionis, ad quam sexta pars eiusdem cubi sit, vt quadratum primæ diametri ad quadratum secundæ, vel, si diametri non sint axes, vna cum ea parte parallelepipedi sub altitudine basi eiusdem portionis, ac sub basi rhombo ab eadem descripto, ad quam eiusdem parallelepipedi pars sexta sit, vt quadratum primę diametri ad quadratum secundæ.

Sit ergo circulus, vel ellipsis, C F E H, cui sit circumscriptum parallelogrammum, A Q, & centrum sit, N, diametri autem transeuntes per puncta contactuum laterum circumscripti parallelogrammi, & per centrum, N, sint, C E, F H; sit autem, F H, regula, cui insistens, & lateribus, A P, D Q, parallela intra ipsum ducta sit, L G. Dico ergo omnia quadrata parallelogrammi, A G, ad omnia quadrata figuræ, L C F E C, demptis omnibus quadratis trilineorum, C L T, Y G E, esse, in circulo, vt parallelepipedum sub basi paral-

parallelogrammo, A G, altitudine, F I, ad cylindricum sub basi portione, T C F E Y, altitudine, I M, vna cum, $\frac{1}{6}$, cubi, T Y. In ellipsi verò, vt parallelepipedum sub basi parallelogrammo, A G, altitudine, F I, ad cylindricum sub basi portione, T C F E Y, altitudine, M I, vna cum ea parte cubi, T Y, ad quam eiusdem cubi sexta pars sit, vt quadratum, C E, primæ diametri, ad quadratum secundæ. s. ad quadratum, F H, vel, si diametri non sint axes, vna cum ea parte parallelepipedi sub, T Y, & rhombo, R Z, ad quam illius pars sexta sit, vt quadratum, C E, primæ diametri ad quadratum secundæ. Ducantur per, T, Y, ipsi, P Q, parallelæ, T Δ, Y Φ, secantes curuam, C F E, in punctis, R, V, quæ iungantur recta, R V, producta in, B, K, quoniam ergo, E C, est diameter, ad quam ordinatim applicantur, R T, V Y, eas quoq; bifariam secabit, est autem, S T, æqualis, X Y, ob parallelogrammum, S Y, ergo, V X, erit etiam æqualis ipsi, R S, & tota, V Y, toti, R T, cui etiam est parallela, ergo, R V, T Y, sunt etiam æquales, & parallelæ, estque, R V, in, M, bifariam secta.





Diuidamus igitur omnia quadrata figuræ, L C F E G, demptis omnibus quadratis trilineorum, C L T, E G Y, in omnia quadrata figuræ, L C R T, demptis omnibus quadratis trilinei, L C T, in omnia quadrata figuræ, G E V Y, demptis omnibus quadratis trilinei, E G Y, & in omnia quadrata figuræ, T R F V Y. Rursus per rectam, R V, diuiduntur omnia quadrata figuræ, T R F V Y, in omnia quadrata, Y R, in omnia quadrata portionis, R F V, & in rectangula bis sub, Y R, & portione, R F V, his separatis, ad eorum singula comparemus nunc omnia quadrata parallelogrammi, K G. *Per D.25. lib.2.*

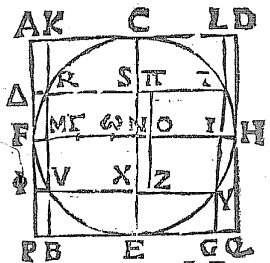
Igitur omnia quadrata, K G, ad omnia quadrata, R Y, sunt vt, K B, ad, R V, vel vt parallelogrammum, K G, ad parallelogrammum, R Y; omnia insuper quadrata, K G, ad omnia quadrata, K T, sunt vt, B K, ad, K R, .i. vt, K G, ad, K T; item omnia quadrata, K T, ad omnia quadrata figuræ, L C R T, demptis omnibus quadratis trilinei, L C T, .i. ad omnia quadrata portionis, R C T, cum rectangulis bis sub eadem, & sub trilineo, C L T, sunt vt, K T, ad *10. Lib.2.*

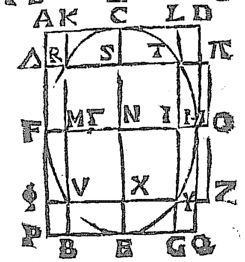
ad portionem, R C T, ergo ex æquali omnia quadrata, K G, ad omnia quadrata figuræ, L C R T, demptis omnibus quadratis trilinei, C L T, erunt vt, K G, ad portionem, R C T. Eodem modo ostendemus omnia quadrata, K G, ad omnia quadrata figuræ, V E G Y, demptis omnibus quadratis trilinei, E G Y, esse vt, K G, ad portionem, V E Y, quæ conserua. *Cor. 19. huius.*

Omnia insuper quadrata, K G, ad omnia quadrata, R Y, vt probauimus, sunt vt, K G, ad, R Y, item omnia quadrata, R Y, ad rectangula sub, R Y, R Φ, sunt vt, R Y, ad R Φ, & tandem rectangula sub, R Φ, R Y, ad rectangula sub portione, R F V, & sub, R Y, sunt vt, R Φ, ad portionem, R F V, ergo ex æquali omnia quadrata, K G, ad rectangula sub portione, R F V, & sub, R Y, erunt vt, K G, ad portionem, R F V, ergo, colligendo, omnia quadrata, K G, ad omnia quadrata figurarum, L C R T, V E G Y, demptis omnibus quadratis trilineorum, C L T, E G Y, & ad omnia quadrata, R Y, & ad rectangula semel sub portione, R F V, & sub, R Y, erunt vt, K G, ad portiones, R C T, V E Y, R F V, & ad rectangulum, R Y, .i. vt, K G, ad portionem, T C F E Y. *Coroll. 1. 26. l. 2.* *Coroll. 1. 26. l. 2.*

Reliquum est, vt comparemus omnia quadrata, K G, ad omnia quadrata portionis, R F V, & ad rectangula sub eadem, & sub, R Y, quia autem, R V, æquatur ipsi, T Y, portio, R F V, æquatur portioni, T H Y, etiam in ellipsi, quia, R V, T Y, sunt parallelæ, ideò omnia quadrata portionis, R F V, sunt rectangula sub portione, R F V, & sub portione, T H Y, quibus si iunxeris rectangula sub eadem portione, R F V, & sub, R Y, componentur rectangula sub eadem portione, R F V, & sub quadrilineo, R T H Y V. *A. 23. l. 2.* Nunc vel, R V, est æqualis ipsi, V Y, & sic, R Y, erit quadratum, siue rhombus, vel, R V, non est æqualis ipsi, V Y, & tunc in ipsa, V Y, producta, si opus sit sumatur, V Z, æqualis ipsi, V R, & ducta per, Z, Z π, ipsi, R V, parallela, sit constitutum, R Z, quadratum, vel rhombus ipsius, R V: Omnia ergo quadrata, K G, ad omnia quadrata, R Z, habent rationem compositam ex ratione quadrati, K L, ad quadratum, R π, vel ad quadratum, R V, & ex ratione ipsius, K B, ad, R V, quæ duæ rationes componunt rationem parallelepipedi rectanguli sub altitudine, B K, basi autem quadrato, K L, ad cubum, R V. Si autem, C E, F H, sint tantum diametri, sic dicemus, nempè, Omnia quadrata, K G, ad omnia quadrata, R Z, rhombi habent rationem compositam ex ratione, K L, ad, R π, bis sumpta, & ex ratione, K B, ad, R V, quæ tres rationes componunt rationem parallelepipedi sub altitudine, K L, basi parallelogrammo, K G, ad parallelepipedum sub altitudine, R V, basi autem rhombo, R Z: Omnia verò quadrata, R Z, in cir- *Diffin. 12. l. 1.* *11. l. 2.* *D. Cor. 4. Gen. 34. l. 2.* *23. huius.*

circulo ſunt ſexcupla rectangulorum ſub portione, R F V, & quadrilineo, R T H Y V, .i. ſunt ad illa, vt cubus, R V, ad ſui ipſius ſextam partem. In ellipſi verò omnia quadrata, R Z, ad rectangula ſub portione, R F V, & quadrilineo, R T H Y V, ſunt vt cubus, R V, vel parallelepipedum ſub altitudine, R V, baſi rhombo, R Z, ad ſui ipſius eam partem, ad quam ſexta pars eiuſdem cubi, vel parallelepipedi ſit, vt quadratum, C E, primæ diametri, ad quadratum, F H, ſecundæ; ergo ex æquali in circulo omnia quadrata, K G, ad rectangula ſub portione, R F V, & ſub quadrilineo, R T H Y V, erunt vt parallelepipedum ſub altitudine, B K, baſi quadrato, K L, vel (quod idem eſt) vt parallelepipedum ſub, L K, & rectangulo, K G, ad, $\frac{1}{6}$, cubi, R V. In ellipſi verò eadem erunt, vt parallelepipedum ſub altitudine, L K, baſi parallelogrammo, K G, ad eam partem cubi, R V, vel dicti parallelepipedi ſub, R V, & rhombo, R Z, ad quam eiuſdem cubi, vel parallelepipedi ſexta pars ſit, vt quad. C E, ad quadratum, F H.





Sunt autem omnia quadrata, K G, ad omnia quadrata figurarum, R C L T, V E G Y, demptis omnibus quadratis trilineorum, C L T, E G Y, vna cum omnibus quadratis, R Y, & cum rectangulis ſub portione, R F V, & ſub, R Y, ſemel, vt, K G, ad portionem, T C F E Y, vt oſtendimus .i. ſumpta, K L, communi altitudine, vt parallelepipedum ſub altitudine, K L, baſi parallelogrammo, K G, ad cylindricum ſub eadem altitudine, K L, & ſub baſi portione, T C F E Y, ergo, colligendo, omnia quadrata, K G, ad omnia quadrata portionum, R C T, V E Y, cum rectangulis bis ſub iiſdem, & ſub trilineis, C L T, E G Y, inſuper ad omnia quadrata, R Y, cum rectangulis ſub, R Y, & portione, R F V, ſemel, & ad rectangula ſub eadem portione, R F V, & quadrilineo, R T H Y V, ideſt ad omnia quadrata portionis, R F V, cum rectangulis iterum ſub eadem, & ſub, R Y, quia rectangula ſub portione, R F V, & quadrilineo, R T H Y V, ſeparantur per lineam, T Y, in rectangula ſub, R Y, & portione, R F V, & ſub portione, T H Y, & portione, R F V, quæ ſunt omnia quadrata portionis, R F V, .i. (his omnibus in vnam ſummam col-

G.B.Cor. 4. Gen. 34. l. 2.

A. 23. l. 2.

lectis) ad omnia quadrata figuræ, L C F E G, demptis omnibus quadratis trilineorum, C L T, E G Y, erunt vt parallelepipedum ſub altitudine, K L, baſi parallelogrammo, K G, ad cylindricum ſub altitudine, K L, baſi portione, T C F E Y, vna cum, $\frac{1}{6}$, cubi, R V, in circulo. In ellipſi autem, vt idem parallepipedum ad eundem cylindricum, vna cum ea parte cubi, R V, vel parallelepipedi ſub, R V, & rhombo, R Z, ad quam eiuſdem cubi, vel parallelepipedis ſexta pars ſit, vt quadratum, C E, ad quadratum, F H: Omnia autem quadrata, A G, ad omnia quadrata, K G, ſunt vt parallelepipedum ſub altitudine, A L, baſi parallelogrammo, A G, ad parallelepipedum ſub altitudine, L K, baſi parallelogrammo, K G, ergo ex ęquali pariter omnia quadrata, A G, ad omnia quadrata figurę, L C F E G, demptis omnibus quadratis trilineorum, C L T, E G Y, erunt in circulo, vt parallelepipedum ſub altitudine, A L, vel, F I, baſi autem parallelogrammo, A G, ad cylindricum ſub altitudine, L K, vel, M I, baſi autem portione, T C F E Y, vna cum, $\frac{1}{6}$, cubi, R V, vel, T Y. In ellipſi verò erunt, vt parallelepipedum ſub altitudine, F I, baſi autem parallelogrammo, A G, ad cylindricum ſub altitudine, M I, baſi autem ipſa portione, T C F E Y, vna cum ea parte cubi, R V, vel, T Y, ſiue parallelepipedi ſub altitudine, T Y, & baſi rhombo, R Z, ad quam eiuſdem cubi, vel parallelepipedi ſexta pars ſit, vt quadratum, C E, ad quadratum, F H; quod oſtendere oportebat.

36. Lib. 2.

THEOREMA XXII. PROPOS. XXIII.

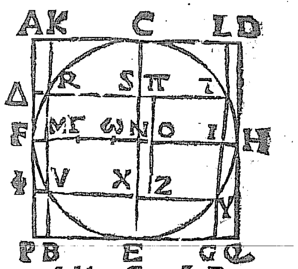
E Xpoſita figura circuli Theorematis ſuperioris, & in eo ſumpta vtcunq; portione minori, R F V, cæteris, prout ſtant, ſuppoſitis. Dico omnia quadrata, △ V, ad omnia quadrata portionis, R F V, eſſe, vt ſexquialtera, F M, ad reliquum diametri, M H, maioris portionis, ab eodem dempta recta linea, ad quam tripla, M N, ſit, vt parallelogrammum, △ V, ad portionem, R F V.

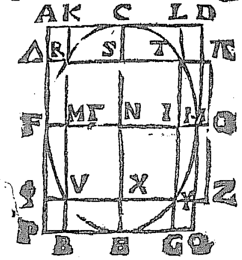
Rectangula enim ſub, △ V, V T, ad omnia quadrata, R Z, ſunt vt vnum ad vnum .i. vt rectangulum, F M I, ad quadratum, V Z, vel ad quadratum, R V, omnia item quadrata, R Z, ſunt ſexcupla rectangulorum ſub portione, R F V, & quadrilineo, R T H Y V, ideſt ſunt ad illa, vt quadratum, R V, ad ſui, $\frac{1}{6}$, ergo ex æquali rectangula ſub, △ V, V T, ad rectangula ſub portione, R F V, & quadrilineo, R T H Y V, erunt vt rectang. F M I, ad, $\frac{1}{6}$, quadrati, R V,

5. Lib. 2.

Corol. 28. huius.

vel vt rectangulum, F M N, ad, $\frac{1}{6}$, quadratorum, R M, M V, .i. ad, $\frac{1}{3}$, quadrati, R M, .i. ad rectangulum sub; F M, &, $\frac{1}{3}$, M H, .i. vt, M N, ad, $\frac{1}{3}$, M H, vel vt tripla, M N, ad, M H. Insuper eadem rectangula sub, Δ V, V T, ad rectangula sub portione, R F V, & sub, R Y, sunt vt parallelogrammum, Δ V, ad portionem, R F V, ergo si fiat, vt, Δ V, ad portionem, R F V,
Coroll. 1. 26. l. 2. ita tripla, M N, ad, H ω; rectangula sub, Δ V, V T, ad reliquum, demptis rectangulis sub portione, R F V, & sub, R Y; à rectangulis sub eadem portione, & sub quadrilineo, R T H Y V, .i. ad rectangula sub portione, R F V, & portione, T H Y, .i. ad omnia quadrata portionis, R F V, erunt vt tripla, M N, ad, M ω, omnia autem quadrata, Δ V, ad rectangula sub, Δ V, V T, sunt vt quadratum, F M, ad rectangulum, F M I, .i. vt, F M, ad, M I, vel vt sesquialtera, F M, ad sesquialteram, M I, .i. ad triplam, M N, rectan-
34. l. 2. gula autem sub, Δ V, V T, ad omnia quadrata portionis, R F V, sunt vt
30. l. 2. tripla, M N, ad, M ω, ergo ex æquali omnia quadrata, Δ V, ad omnia quadrata portionis, R F V, erunt vt sesquialtera ipsius, F M, ad, M ω, quæ est residuum ipsius, M H, dempta, H ω, ad quam tripla, M N, est vt, Δ V, ad portionem, R F V, quod ostendere opus erat.





THEOREMA XXIII. PROPOS. XXIV.

Exposita denuò figura circuli Th. 21. ostendendum est omnia quadrata portionis minoris, R F V, vtcunque sumptæ regula diametro .s. F M, ad omnia quadrata eiusdem regula basi .s. R V, esse vt rectangulum sub, M, & sub basi, R V, ad tria quadrata lineæ, R M, cum quad. M F.

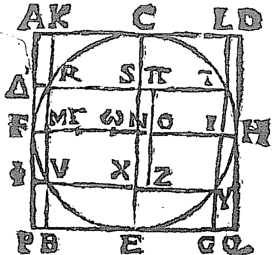
Ex antec. Omnia .n. quadrata portionis, R F V, regula, F M, ad omnia quadrata, Δ V, regula eadem, sunt vt, ω M, ad sesquialteram, F M, .i. vt, $\frac{2}{3}$, M ω, ad, F M; omnia item quadrata, Δ V, regula, F M,

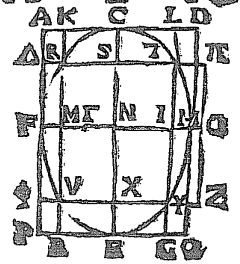
F M, ad omnia quadrata eiusdem parallelogrammi; Δ V, regula,
R V, sunt vt, F M, ad, R V, ergo ex æquali omnia quadrata por- 29. Lib. 2.
tionis, R F V, regula, F M, ad omnia quadrata, Δ V, regula, R V, erunt vt, $\frac{2}{3}$, ω M, ad, R V, vel vt, $\frac{1}{3}$, ω M, ad, R M, .i. sumpta, R M, communi altitudine, vt rectangulum sub, $\frac{1}{3}$, ω M, & sub, R M, ad quadratum, R M, vel ad rectangulum, F M H;
omnia verò quadrata, Δ V, regula, R V, ad omnia quadrata por- Vlt. 2. El.
tionis, R F V, regula eadem, sunt vt, H M, ad compositam ex, 1. Huius.
$\frac{1}{2}$, H M, &, $\frac{1}{6}$, M F, .i. sumpta, M F, communi altitudine, vt re- 5. Lib. 2.
ctangulum, F M H, ad rectangulum sub, F M, & sub composita ex, $\frac{1}{2}$, H M, &, $\frac{1}{6}$, M F, erant autem omnia quadrata portionis, R F V, regula, F M, ad omnia quadrata, Δ V, regula, R V, vt rectangulum sub, $\frac{1}{3}$, M ω, & sub, R M, ad rectangulum, F M H, ergo ex æquali omnia quadrata portionis, R F V, regula, F M, ad omnia quadrata eiusdem, regula, R V, erunt vt rectangulum sub, $\frac{1}{3}$, M ω, & sub, R M, ad rectangulum sub, F M, & sub composita ex, $\frac{1}{2}$, H M, &, $\frac{1}{6}$, M F, .i. vt rectangulum sub tota, M ω, & sub, R M, ad rectangulum sub, F M, & sub composita ex, $\frac{1}{2}$, F M, & sesquialtera, M H, .i. & sub composita ex, $\frac{1}{2}$, F M, & sesquialtera, M I, & sesquialtera, I H, porrò sesquialtera, I H, cum, $\frac{1}{2}$, F M, efficit duas, F M, I H, quibus si iunxeris, M I, detractam de sesquialtera ipsius, M I, fiet tota, F H, cum, M N, æqualis dimidio, F M, & sesquialteræ, M H: Omnia ergo quadrata portionis, R F V, regula, F M, ad omnia quadrata eiusdem portionis, regula, R V, erunt vt rectangulum sub, M ω, & sub, R M, ad rectangulum sub, F M, & sub composi-
ta ex, F H, M N, .i. ad rectangulum sub, F M, & sub, M N, sub, Ex vlt. 2.
F M, & sub, M H, & ad quadratum, F M: quia verò rectangulum, Elem.
F M H, æquatur quadrato, R M, erunt omnia illa quadrata, vt rectangulum sub, ω M, & sub, R M, ad quadratum, R M, quadratum, M F, & rectangulum sub, F M, M N, vel vt istorum dupla .s. vt rectangulum sub, ω M, & sub, R V, ad quadratum, R M, quadratum, M V, duo quadrata, F M, & duo rectangula sub, F M, M
N, .i. vnum sub, F M, M I, cui si iunxeris vnum de duobus quadra- 12. Elem.
tis ipsius, F M, componetur rectangulum, F M H, quod est æqua-
le quadrato, R M. Sunt ergo omnia quadrata portionis, R F V, re- Vlt. 2. El.
gula, F M, ad omnia quadrata eiusdem portionis, regula, R V, vt rectangulum sub, ω M, & sub, R V, ad tria quadrata, R M, cum vno quadrato, F M, quod ostendere oportebat.

THEOREMA XXIV. PROPOS. XXV.

IN figura circuli, & ellipſis eiuſdem Theor. 21. oſtendendum eſt, ibi appoſitis retentis, ſumpta tamen vtcunque portione minori, R F V, & regula diametro eiuſdem portionis .ſ. F M; omnia quadrata parallelogrammi, △ V, ad omnia quadrata portionis, R F V, eſſe vt quadratum, F M, ad ſpatium, quod remanet, dempto rectangulo ſub, I M, & ſub, F M, (ad quam, F M, ſit, vt, △ V, ad portionem, R F V,) à rectangulo ſub, F M, & ſub, $\frac{2}{3}$, ipſius, M H.

Sit igitur vt, △ V, ad, R F V, ita, F M, ad, M Γ; omnia ergo quadrata, △ V, ad rectangula ſub, △ V, V T, ſunt vt quadratum, F M, ad rectangulum, F M I, rectangula inſuper ſub, △ V, V T, ad re- (34. Lib. 2.) ctangula ſub portione, R F V, & ſub, V T, ſunt vt, △ V, ad portionem, R F V, .i. vt, F M, ad, M Γ, .i. ſumpta, M I, (Coroll. 1. 26. lib. 2.) communi altitudine, vt rectangulum, F M I, ad rectangulum, Γ M I, ergo ex æ- (8. Lib. 2.) quali omnia quadrata, △ V, ad rectangula ſub portione, R F V, & ſub, V T, erunt vt quadratum, F M, ad rectangulum, Γ M I, quod ſerua.





(9. Lib. 2.) Vlterius omnia quadrata, △ V, ad omnia quadrata, V Π, ſunt vt quadratum, F M, ad quadratum, M O, vel ad quadratum, R V, .i. ad quatuor rectangula ſub, R M, M V: Omnia inſuper quadrata, V Π, ad rectangula ſub portione, R F V, & quadrilineo, R T H Y V, ſunt vt ſex quadrata, C E, ad quadratũ, F H, nam in (Elicitur ex 21. huius;) circulo omnia quadrata, R Z, ſunt ſexcupla rectangulorum ſub portione, R F V, & quadrilineo, R T H Y V, & ideo ſunt ad illa, vt ſex quadrata, C E, ad quadratum, C E, vel ad quadratum, F H, in ellipſi verò omnia quadrata, R Z, ſunt ad rectangula ſub portione, R F V, & quadrilineo, R T H Y V, vt ſex quadrata, C E, ad quadratum, F H, quod elicitur ex Prop. 21. huius. Quia (17. 3. Con.) vero rectangulum, R M V, ad rectangulum, F M H, (tum in circulo,

culo, tum in ellipſi) eſt vt quadratum, C N, ad quadratum, N F, vel vt quadratum, C E, ad quadratum, F H, ideò ſex rectangula, R M V, ad rectangulum, F M H, erunt vt ſex quadrata, C E, ad vnum quadratum, F H, .i. erunt vt omnia quadrata, R Z, ad rectangula ſub portione, R F V, & quadrilineo, R T H Y V, vt autem ſunt ſex rectangula, R M V, ad rectangulum, F M H, ita quatuor rectangula, R M V, ad, $\frac{2}{3}$, rectanguli, F M H, .i. ad rectangulum ſub, F M, & $\frac{2}{3}$, M H, ergo omnia quadrata, R Z, ad rectangula ſub portione, R F V, & quadrilineo, R T H Y V, erunt vt quatuor rectangula, R M V, ad rectangulum ſub, F M, &, $\frac{2}{3}$, M H, erant autem omnia quadrata, △ V, ad omnia quadrata, R Z, vt quadratum, F M, ad quatuor rectangula ſub, R M V, ergo ex æquali omnia quadrata, △ V, ad rectangula ſub portione, R F V, & quadrilineo, R T H Y V, erunt vt quadratum, F M, ad rectangulum ſub, F M, & ſub, $\frac{2}{3}$, M H, eadem verò omnia quadrata, △ V, ad rectangula ſub portione, R F V, & ſub, V T, oſtenſa ſunt eſſe, vt quadratum, F M, ad rectangulum, Γ M I, (ex quibus habemus rectangulum ſub, Γ M I, minus eſſe rectangulo ſub, F M, & ſub, $\frac{2}{3}$, M H, nam rectangula ſub portione, R F V, & ſub, V T, minora ſunt rectangulis ſub eadem portione, R F V, & quadrilineo, R T H Y V,) ergo omnia quadrata, △ V, ad reſiduum omnium rectangulorum ſub portione, R F V, & quadrilineo, R T H Y V, demptis rectangulis ſub portione, R F V, & ſub, V T, .i. ad rectangula ſub vtriſq; portionibus, R F V, T H Y, .i. ad omnia quadrata portionis, R F V, erunt vt quadratum, F M, ad reſiduum ſpatium, dempto rectangulo, Γ M I, à rectangulo ſub, F M, & ſub, $\frac{2}{3}$, M H, (hoc autem vocetur reſiduum rectangulum huius Theor.) quod oſtendere opus erat.

THEOREMA XXV. PROPOS. XXVI.

EXpoſita adhuc figura Theor. antecedentis, oſtendemus omnia quadrata portionis, R F V, regula, F M, ad omnia quadrata eiuſdem portionis, regula baſi, eſſe vt parallelepipedum ſub b ſi reſiduo rectangulo antecedentis Theor. altitudine tripla, M H, ad parallelepipedum ſub baſi rectangulo ipſius, F M, ductæ in, R V, altitudine linea compoſita ex, M H, H N.

Omnia .n. quadrata portionis, R F V, regula, F M, ad omnia quadrata eiuſdem, regula, R V, habent rationem compoſitam ex (Defin. 12. lib. 1.) ea, quam habent omnia quadrata, R F V, ad omnia quadrata, △ V, re-

V, regula, F M, .i. ex ea, quam habet residuum rectangulum Theor. antecedentis ad quadratum, F M, & ex ratione omnium quadratorum, Δ V, regula, F M, ad omnia quadrata eiusdem, Δ V, regula, R V, .i. ex ea, quam habet, Δ R, ad, R V, vel, sumpta, Δ R, communi altitudine ex ea, quam habet quadratum, Δ R, vel quadratum, F M, ad rectangulum sub, F M, R V; & tandem ex ea, quam habent omnia quadrata, Δ V, ad omnia quadrata portionis, R F V, .i. ex ea, quam habet, M H, ad compositam ex, $\frac{1}{2}$, M H, &, $\frac{1}{6}$, F M. Rationes autem rectanguli residui Theor. antecedentis ad quadratum, F M, & quadrati, F M, ad rectangulum sub, F M, R V, resoluuntur in rationem rectanguli residui Theor. antecedentis ad rectangulum sub, F M, R V, quę iuncta rationi ipsius, M H, ad compositam ex, $\frac{1}{2}$, M H, &, $\frac{1}{6}$, F M, cōponit rationem parallelepipedi sub basi residuo rectangulo Theor. antecedentis, altitudine, M H, ad parallelepipedum sub basi rectangulo sub, F M, R V, & sub composita ex, $\frac{1}{2}$, M H, &, $\frac{1}{6}$, F M: Triplicentur horum parallelepipedorū altitudines, fiet pro antecedentis altitudine tripla, M H, & pro altitudine parallelepipedi consequentis tripla dimidiæ, M H, .i. sexquialtera ipsius, M H, .i. sexquialtera, M I, & sexquialtera, I H, cum, $\frac{1}{2}$, F M, porro si sexquialterę, M I, iunxeris sexquialteram, I H, cum dimidia, F M, .i. duplam, I H, quoniam sexquialtera, I H, est, M I, I N, si inquam illi iunxeris bis, I H, componetur altitudo consequentis parallelepipedi, quę erit, M H, H N; omnia ergo quadrata portionis, R F V, regula, F M, ad omnia quadrata eiusdem, regula, R V, erunt vt parallelepipedum sub basi residuo rectangulo Theor. antecedentis, altitudine tripla, M H, ad parallelepipedum sub basi rectangulo, sub, F M, R V, altitudine linea composita ex, M H, H N, tum in circuli, tum ellipsis figura, quod ostendere oportebat.

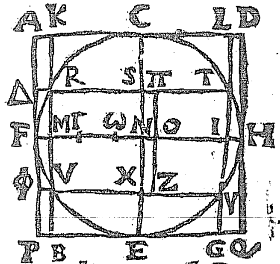
Ex antec.

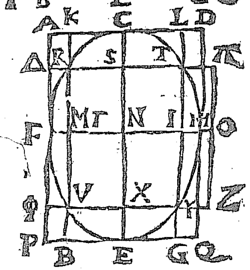
29. l. 2.

3. huius.

Defin. 12. l. 1.

G. Cor. 4. n. 34. l. 2.





THEO-

THEOREMA XXVI. PROPOS. XXVII.

ADhuc etiam exponatur figura circuli, & ellipsis Theor. 21. ostendemus, .n. omnia quadrata figuræ, L C F E G, demptis omnibus quadratis trilineorum, C L T, Y G E, regula, F I, ad omnia quadrata portionis, T C F E Y, regula basi, T Y, esse, in circulo, vt cylindricus sub, I M, & portione, T C F E Y, vna cum, $\frac{1}{6}$, cubi, T Y, ad parallelepipedum sub altitudine, F I, basi verò rectangulo sub, F I, & sexquitertia duarum, I H, H N. In ellipsi verò habere rationem compositam ex ea, quam habet cylindricus sub, I M, & portione, T C F E Y, vna cum ea parte cubi, T Y, vel parallelepipedi sub, R V, & rhombo, R Z, ad quam eiusdem cubi, vel parallelepipedi sexta pars sit, vt quadratum, C E, ad quadratum, F H, ad parallelepipedum sub altitudine, L G, basi parallelogrammo, A G; & ex ea, quam habet quadratum, F H, ad rectangulum sub, F I, & sub sexquitertia duarum, I H, H N.

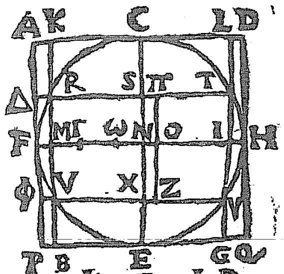
Omnia quadrata namq; figuræ, L C F G, demptis omnibus quadratis trilineorum, C L T, Y G E, ostensa sunt esse ad omnia quadrata, A G, regula, F I, vt cylindricum sub, M I, & sub basi portione, T C F E Y, vna cum, $\frac{1}{6}$, cubi, T Y, in circulo (in ellipsi verò vna cum ea parte cubi, T Y, vel parallelepipedi sub, R V, & rhombo, R Z, ad quam eiusdem, $\frac{1}{6}$, sit vt quadratum, C E, ad quadratum, F H,) ad parallelepipedum sub, L A, & parallelogrammo, A G. Vlterius omnia quadrata, A G, regula, F I, ad omnia quadrata eiusdem, A G, regula, L G, sunt vt, A L, ad, L G, .i. vt parallelepipedum sub, A L, & parallelogrammo, A L G, ad parallelepipedum sub, L G, & parallelogrammo eodem; A L G, ergo ex æquali omnia quadrata figuræ, L C F E G, demptis omnibus quadratis trilineorum, C L T, Y G E, regula, F I, ad omnia quadrata, A G, regula, T Y, erunt vt cylindricus sub, M I, & portione, T C F E Y, vna cum, $\frac{1}{6}$, cubi, T Y, in circulo, in ellipsi verò vna cum dicta parte cubi, T Y, vel parallelepipedi sub, R V, & rhombo, R Z, ad parallelepipedum sub, L G, & parallelogrammo, A L G.

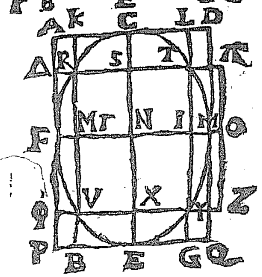
22. huius.

29. l. 2.

Tandem omnia quadrata, A G, ad omnia quadrata portionis, T C 2. huius.

TCFEY, regula, TY, sunt vt rectangulum sub, FN, & tripla, NH, .i. vt, $\frac{3}{4}$, quadrati, FH, ad rectangulum sub, FI, & sub, IHN, .i. vt totum quadratum, FH, ad rectangulum sub, FI, & sub sexquitertia ipsarum, IHN, .i. in circulo, vt quadratum, AP, (quod æquatur quadrato, FH,) ad idem rectangulum idest sumpta, FI, communi altitudine, vt parallelepipedum sub, FI, & quadrato, AP, .i. vt parallelepipedum sub, AP, vel, LG, & parallelogrammo rectangulo sub, FI, siue, AL, &, LG, ad parallelepipedum sub, FI, & sub basi rectangulo sub, FI, & sub sexquitertia, IHN, ergo ex æquali omnia quadrata figuræ, LCFEG, demptis omnibus quadratis trilineorum, CLT, YGE, regula, FI, ad omnia quadrata portionis, TCFEY, regula, TY, erunt vt cylindricus sub, MI, & sub portione, TCFEY, vna cum, $\frac{1}{6}$, cubi, TY, ad parallelepipedum sub, FI, & sub rectangulo sub, FI, & sexquitertia, IHN; & hoc in circulo.





In ellipsi autem eadem habebunt rationem compositam ex iam dicta ratione .s. ex ratione cylindrici sub, MI, & sub portione, TGFEY, vna cum ea parte cubi, vel parallelepipedi sub, RV, & rhombo, RZ, ad quam eiusdem, $\frac{1}{6}$, sit vt quadratum, CE, ad quadratum, FH, ad parallelepipedum, sub, LG, & parallelogrammo, AG, & ex ratione quadrati, FH, ad rectangulum sub, FI, & sub sexquitertia ipsarum, IHN; quas duas rationes in circulo in vna resoluimus, quia in eo quadratum, FH, æquatur quadrato, AP, quod cum in ellipsi non verificetur, ideò has duas rationes componentes pro ipsa ellipsi retinuimus; quod ostendere oportebat.

THEOREMA XXVII. PROPOS. XXVIII.

IN eadem superioris figura ostendemus, tum in circulo, tum in ellipsi, omnia quadrata figuræ, LCFEG, demptis omnibus quadratis trilineorum, CLT, YGE, regula,

FI, ad omnia quadrata circuli, vel ellipsis, CFEH, esse vt cylindricum sub, MI, & portione, TCFEY, vna cum, $\frac{1}{6}$, cubi, TY, pro circulo, pro ellipsi verò, vna cum sæpius dicta parte cubi, TY, vel parallelepipedi sub, RV, & rhombo, RZ, ad, $\frac{2}{3}$, parallelepipedi sub, AD, & parallelogrammo, AQ, idest, in circulo ad, $\frac{1}{6}$, cubi, FH.

Omnia .n. quadrata figuræ, LCFEG, demptis omnibus quadratis trilineorum, CLT, YGE, ad omnia quadrata, AG, sunt vt cylindricus sub, MI, & portione, TCFEY, vna cum, $\frac{1}{6}$, cubi, TY, 22. huius. pro circulo, pro ellipsi verò, vna cum sæpius dicta parte cubi, TY, vel dicti parallelepipedi, ad parallelepipedum sub, LA, & parallelogrammo, AG; omnia verò quadrata, AG, ad omnia quadrata, AQ, sunt vt quadratum, AL, ad quadratum, AD, .i. sumpta, AP, communi altitudine, vt parallelepipedum sub, PA, & quadrato, AL, ad parallelepipedum sub, PA, & quadrato, AD, hoc est, vt parallelepipedum sub, LA, & parallelogrammo, AG, ad parallelepipedum sub, DA, & parallelogrammo, AQ, omnia autem quadrata, AQ, omnium quadratorum circuli, vel ellipsis, CFEH, sunt sexquialtera .i. sunt ad ea, vt parallelepipedum sub, AD, & parallelogrammo, AQ, ad eiusdem, $\frac{2}{3}$, ergo ex æquali omnia quadrata figuræ, LCFEG, demptis omnibus quadratis trilineorum, CLT, YGE, ad omnia quadrata circuli, vel ellipsis, CFEH, erunt vt cylindricus sub, MI, & portione, TCFEY, vna cum, $\frac{1}{6}$, cubi, TY, pro circulo, pro ellipsi verò, vna cum sæpius dicta parte cubi, TY, vel parallelepipedi sub, RV, & rhombo, RZ, ad, $\frac{2}{3}$, parallelepipedi sub, AD, & parallelogrammo, AQ, .i. pro circulo ad, $\frac{2}{3}$, cubi, AD, vel cubi, FH, quod ostendere opus erat.

9. Lib. 2.

Coroll. 1. huius.

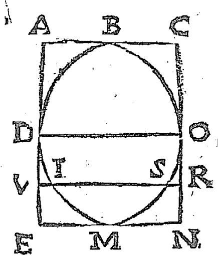
THEOREMA XXVIII. PROPOS. XXIX.

SI parallelogrammo sit inscripta figura quæcunque, ita tamen, vt, sumpto vno laterum parallelogrammi pro regula, &, ductis vtcunque ipsi regulæ parallelis intra parallelogrammum, earum quælibet, vel tota sit intra figuram inscriptam, vel eiusdem aliqua parte extra figuram existente, ac ad vnum laterum parallelogrammi terminante, ad latus eiusdem parallelogrammi prædicto oppositum terminet alia portio eiusdem, regulæ æquidistantis, sint autem duæ quælibet portiones extra figuram ad opposita latera terminantes, & in eadem recta linea constitutæ integræ, & inter se æquales: Omnia quadrata dicti parallelogrammi ad omnia quadrata inscriptæ figuræ, cum rectangulis bis sub eadem figura, & sub dictarum portionum ijs omnibus, quę extra figuram ad vnum dictorum laterum oppositorum eiusdem parallelogrammi terminantur, erunt vt prædictum parallelogrammum ad inscriptam figuram.

Sit igitur parallelogrammum, A N, & illi inscripta vtcunq; figura, B D M O, & sumpta pro regula, E N, sit ducta vtcunque intra parallelogrammum, A N, ipsa, D O, quę cadat etiam tota intra figuram, B D M O, sit etiam ducta alia vtcunque parallela ipsi, E N, nempè, V R, portiones autem eiusdem, V R, sint extra figuram, ad latera opposita, A E, C N, terminantes .s. V I, S R, quæ sint integræ, & inter se æquales. Dico omnia quadrata, A N, ad omnia quadrata figuræ, B D M O, cum rectangulis bis sub figuræ, B D M O, & sub trilineis, B C O, O N M, .i. sub omnibus portionibus, quę terminant ad latus, C N, extra figuram, B D M O, constitutis, esse vt, A N, ad figuram, B D M O: Omnia enim quadrata, A N, ad rectangula sub, A N, & sub figura, B D M O, sunt vt, A N, ad figuram, B D M O, sed rectangula

Coroll. 1. 26. lib. 2. sub, A N, & sub figura, B D M O, diuiduntur in rectangula sub eadem figura, B D M O, & sub trilineis, B A D, D E M, sub eadem, & sub trilineis, B C O, O N

A. 23. l. 2. M, & in rectangula sub eadem in eandem figuram .s. in omnia quadrata eiusdem figuræ, B D M O, quia verò linearum æquidistantium, regulæ, E N, portiones, quæ



sunt in eadem recta linea extra figuram adiacentes lateribus oppositis, A E, C N, sunt & integræ, & æquales, ideò sicuti rectangulum, V I S, est æquale rectangulo, I S R, ita rectangula sub figura, B D M O, & trilineis, B A D, D E M, erunt æqualia rectangulis sub eadem figura, B D M O, & sub trilineis, B C O, O N M, sunt ergo rectangula sub, A N, & sub figura, B D M O, æqualia omnibus quadratis figuræ, B D M O, cum rectangulis bis sub eadem, & sub trilineis, B C O, O N M; omnia autem quadrata, A N, ad rectangula sub, A N, & sub figura, B D M O, sunt vt, A N, ad figuram, B D M O; ergo omnia quadrata, A N, ad omnia quadrata fi-

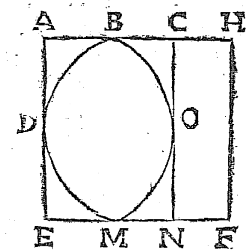
ta fi-

ta figuræ, B D M O, cum rectangulis bis sub eadem figura, & sub trilineis, B C O, O N M, erunt vt, A N, ad figuram, B D M O, quod ostendere opus erat.

THEOREMA XXIX. PROPOS. XXX.

EXponatur figura Theor. antecedentis, dimissis tamen rectis lineis, D O, V R, & sit adhuc regula, E N, producantur autem ad easdem partes, A C, E N, in, H F, ita vt, C H, sit æqualis, N F, iuncta igitur, H F, erit, H F, parallela ipsi, C N, quoniam, C H, N F, sunt æquales, & parallelæ, & erit parallelogrammum, A F, &, C F. Dico ergo omnia quadrata, A N, cum rectangulis bis sub, A N, N H, ad omnia quadrata figuræ, B D M O, cum rectangulis bis sub eadem, & sub quadrilineo, B O M F H, esse vt, A N, ad figuram, B D M O.

Omnia quadrata .n. parallelogrammi, A N, ad omnia quadrata figurę, B D M O, cum rectangulis bis sub eadem, & sub trilineis, B C Ex antec. O, O N M, sunt vt, A N, ad figuram, B D M O. Item rectangula Coroll. 1. sub, A N, N H, ad rectangula sub figura, B D M O, & sub, N H, 26. lib. 2. sunt vt, A N, ad figuram, B D M O, & eadem rectangula sub, A N, N H, bis sumpta ad rectangula sub figura, B D M O, & sub, N H, bis sumpta erunt pariter, vt, A N, ad figuram, B D M O, .i. vt omnia quadrata, A N, ad rectangula bis sub figura, B D M O, & sub trilineis, B C O, O N M, cum omnibus quadratis eiusdem figurę, B D M O, ergo vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia .s. vt omnia quadrata, A N, ad omnia quadrata figuræ, B D M O, cum rectangulis bis sub eadem figura, & sub trilineis, B C O, O N M, ita omnia quadrata, A N, cum rectangulis bis sub, A N, N H, ad omnia quadrata figuræ, B D M O, cum rectangulis bis sub eadem, & sub trilineis, B C O, O N M, & bis sub eadem, & sub, N H, .i. ad rectangula bis sub eadem, & sub quadrilineo, B O M F H; sunt autem omnia quadrata, A N, ad om-



nia quadrata figurę, B D M O, cum rectangulis bis sub eadem, & sub trilineis, B C O, O N M, vt, A N, ad, B D M O; ergo omnia quadrata, A N, cum rectangulis bis sub, A N, N H, ad omnia quadrata figurę, B D M O, cum rectangulis bis sub eadem, & sub quadrilineo,

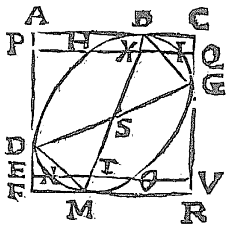
 BO

B O M F H, erunt vt, A N, ad figuram, B D M O, quod ostendere oportebat. Per hanc autem, & antecedentem Proposit. vniuersalius ostenduntur Propos. 15. 16. necnon Corollaria Prop. 19. & 20.

THEOREMA XXX. PROPOS. XXXI.

SI parallelogrammum fuerit ellipsi circumscriptum, ita tamen, vt eiusdem latera non tangant ellipsim in extremis punctis axium eiusdem; portiones coalternè tangentes erunt æquales; & si duabus oppositis tangentibus ducantur parallelę abscindentes à reliquis coalternis tangentibus rectas lineas æquales, sumptas versus puncta contactuum; rectangulum, quod continetur sub vnius parallelarum ea parte, quæ manet intra curuam ellipsis, & tangentem ex ea parte, & sub reliqua illi in directum manente intra ellipsim, erit æquale rectangulo ad coalternam tangentem similiter sumpto.

Sit ergo ellipsis, B D M G, cui sit circumscriptum parallelogrammum, A R, ita tamen, vt puncta contactuum non sint puncta extrema axium eiusdem, tangant autem in punctis, B D M G, & iungantur, B M, D G, & quoniam, A C, F R, sunt tangentes parallelæ, vt etiam, A F, C R, ideò, B M, G D, per centrum ellipsis tran- Elicitur
sibunt, sit earum communis sectio punctum, S, ergo, S, erit centrum ex 27. 2.
ellipsis, cum, B M, G D, sint diametri. Cor.
Dico ergo portiones laterum parallelogrammi, A R, coalternè tangentes esse æquales .s. A D, ipsi, G R, A B, ipsi, M R, B C, ipsi, F M, &, C G, ipsi, D F: iungantur, B G, D M; in triangulis ergo, B S G, D S M, latus, B S, æquatur lateri, S M, & latus, G S, lateri, S D, item 4.1. Elem.
angulus; B S G, angulo, D S M, ergo basis, B G, æquatur basi, D M, & angulus, S B G, angulo, S M D, &, S G B, ipsi, S D M, totus autem angulus, C B S, æquatur toti, F M S, sibi coalterno, ergo reliquus angulus, C B G, æquatur reliquo angulo, D M F, & similiter probabimus angulum, B G C, æquari angulo, M D F, ergo reliquus, B C G, æquabitur reliquo, D F M, (qui etiam sunt æquales, quia sunt anguli oppositi parallelogrammi, A R,) & ideò trianguli, B C G, D F M, erunt æquianguli, &, B G, D M, latera ho-



homologa sunt æqualia, ergo etiam, B C, æquabitur ipsi, F M, &, C G, ipsi, D F, est autem, A C, æqualis ipsi, F R, &, A F, ipsi, C R, ergo reliqua, A B, æquabitur reliquæ, M R, & reliqua, A D, reliquæ, G R; sunt igitur portiones laterum parallelogrammi, A R, coalterne tangentes inter se æquales.

Sumantur nunc vtcunque duæ coalternè tangentes, A D, R G, & ab ipsis versus puncta contactuum, D G, abscindantur vtcunque duæ rectæ æquales, P D, V G, & per puncta, P V, ducantur basi, F R, parallelæ, P Q, E V, secantes curuam ellipsis in punctis, H I, ipsa, P Q, & in punctis, N O, ipsa, E V. Quoniam ergo, A B, A D, tangunt ellipsim, B D M G, coincidentes in puncto, A, est autem, Q P, parallela vni tangentium .s. ipsi, A B, secans curuam ellipsis in, H, & aliam tangentem in, P, rectangulum ergo, I P H, ad quadratum, P D, erit vt quadratum, B A, ad quadratum, A D, .i. 16.3. Coll.
vt quadratum, M R, ad quadratum, R G: consimili modo ostendemus rectangulum, N V O, ad quadratum, V G, esse vt quadratum, M R, ad quadratum, R G, .i. vt rectangulum, I P H, ad quadratum, P D, vel ad quadratum, V G, ergo rectangulum, I P H, est æquale rectangulo, N V O. Nunc ostendemus, P H, esse æqualem ipsi, O V, consideremus duo quadrilatera, A P X B, M T V R, quæ sunt similia polygona, nam angulus, P A B, est æqualis angulo, M R V, &, A B X, ipsi, R M T, tum, B X P, ipsi, M T V, & tandem, X P A, ipsi, T V R, quę facilè apparent, & duo latera, A B, M R, sunt æqualia, vt etiam, A P, R V, ergo reliqua latera erunt æqualia, quę æqualibus adiacent angulis, vnde, T V, erit æqualis ipsi, P X, &, M T, ipsi, B X, vnde rectangulum, M T B, æquabitur rectangulo, M X B, & quoniam, vt rectangulum, M T B, ad rectangulum, M X B, ita quadratum, T O, ad quadratum, X I, quoniam, N O, H Ex 40. 1.
I, sunt parallelæ tangenti, A C, & ideò ordinatim applicatę ad dia- lib. & eiu-
metrum, B M, erit ergo quadratum, T O, æquale quadrato, X I, sdē Scho-
&, T O, ipsi, X I, vel, H X, ergo reliqua, O V, erit æqualis reli- lio.
quæ, P H, & quia rectangulum, I P H, est æquale rectangulo, N V O, erit, I P, æqualis ipsi, N V, & quia, P H, est æqualis, O V, erit, H I, æqualis, N O, & ideò rectangulum, I H P, erit æquale rectangulo, N O V.

Vel breuius sic processisset demonstratio, dimisso Apollonij theoremate, ostenso .n. O V, esse æqualem ipsi, P H, &, T O, ipsi, X I, manet ostensum, N O, æquari ipsi, H I, quoniam, N O, H I, bifaria diuiduntur à diametro, B M, & ideo illicò manifestum euadit rectangulum, N O V, æquari rectangulo, I H P, quod ostendere oportebat.

CO-

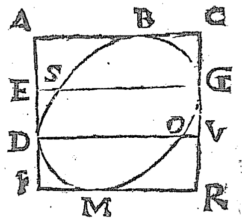
COROLLARIVM.

Hinc patet nedum rectangulum, NOV, æquari rectangulo, IHP, sed etiam portiones interceptas tangentibus, & curua ellipsis esse inter se æquales, velut, OV, ipsi, PH.

THEOREMA XXXI. PROPOS. XXXII.

Exposita ellipsi, cum parallelogrammo illi circumscripto Theor antecedentis, cæteris omissis, ostendemus, regula, FR, omnia quadrata parallelogrammi, AR, ad omnia quadrata ellipsis. BDMG, cum rectangulis bis sub eadem ellipsi, & sub trilineis, BCG, GRM, esse, vt parallelogrammum, AR, ad ellipsim, BDMG.

Coroll. 1. 26. lib. 2. Ducantur à punctis contactuum regulæ, FR, parallelę, GE, DV; omnia ergo quadrata, AR, ad rectangula sub ellipsi, BDMG, & sub, AR, sunt vt, AR, ad ellipsim, BDMG; verum rectangula
A. 23. l. 2. sub ellipsi, BDMG, & sub, AR, sunt æqualia rectangulis sub ellipsi, BDMG, & sub duobus trilineis, BAD, DFM, item sub ellipsi, BDMG, & sub eadem .i. omnibus quadratis ellipsis, BDMG, & sub eadem ellipsi, BDMG, & sub duobus trilineis, BCG, GRM, verum rectangula sub ellipsi, BDMG, & sub trilineis, BAD, DFM, æquantur rectangulis sub eadem ellipsi, & sub trilineis, BCG, GRM,
Ex antec. quod sic patet, quoniam enim, AD, RG, coalternè tangentes sunt æquales, & ducti ipsi, FR, paralleli intra ellipsim, ex ipsis coalternè tangentibus, AD, RG, abscindentibus portiones æquales versus puncta contactuum, rectangula sumpta, vt dictum est in antecedenti Theor. sunt æqualia, ideò & omnia omnibus erunt æqualia .i. rectangula sub portione, OGBD, & trilineo, BAD, erunt æqualia rectangulis sub portione, SMG, & sub trilineo, GMR, eadem ratione rectangula sub portione, OMD, & trilineo, DFM, æquantur rectangulis sub portione, SBG, & trilineo, BCG, ergo rectangula sub ellipsi, BDMG, & duobus trilineis, BAD, DFM, æquantur rectangulis sub ellipsi, BDMG, & sub trilineis, BCG, GRM;



ergo

ergo omnia quadrata, AR, ad omnia quadrata ellipsis, BDMG, cum rectangulis bis sub eadem, & sub trilineis, BCG, GRM, erunt vt, AR, ad ellipsim, BDMG. Eodem modo, sumpta pro regula, CR, ostendemus omnia quadrata, AR, ad omnia quadrata ellipsis, BDMG, vna cum rectangulis bis sub eadem, & sub trilineis, DAB, BCG, esse vt, AR, ad ellipsim, BDMG, quod ostendere oportebat.

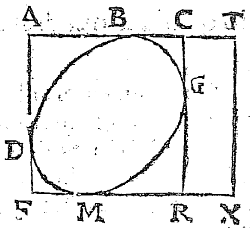
COROLLARIVM.

Hinc habetur omnia quadrata, AR, regula, FR, ad omnia quadrata ellipsis, BDGM, vna cum rectangulis bis sub eadem, & sub trilineis, BCG, GRM, esse vt omnia quadrata, AR, regula, CR, ad omnia quadrata ellipsis, BDMG, vna cum rectangulis bis sub eadem, & sub trilineis, DAB, BCG; vtraq; enim ostensa sunt esse, vt, AR, ad ellipsim, BDMG.

THEOREMA XXXII. PROPOS. XXXIII.

Assumpta antecedentis figura, dimissis lineis, EG, DV, producantur ad eandem partem, AC, FR, in, TX, ita vt, AT, sit æqualis, FX, & iungatur, TX, ergo ipsa, AX, CX, erunt parallelogramma. Dico igitur, omnia quadrata, AR, cum rectangulis bis sub, AR, RT, ad omnia quadrata ellipsis, BDMG, cum rectangulis bis sub eadem, & quadrilineo, BGMXT, esse vt, AR, ad ellipsim, BDMG, regula, FX.

Omnia .n. quadrata, AR, ad rectangula bis sub ellipsi, BDMG, & sub trilineis, BCG, GRM, vna cum omnibus quadratis eiusdem ellipsis, BDMG, sunt vt, AR, ad ellipsim, BDMG, item rectangula sub, AR, RT, ad rectangula sub ellipsi, BDMG, & sub, RT, sunt vt, AR, ad ellipsim, BDMG, & eadem bis sumpta sunt pariter, vt, AR, ad ellipsim, BDMG, ergo omnia quadrata, AR, cum rectangulis bis sub, AR, RT, ad omnia quadrata ellipsis, BDMG, cum rectangulis bis sub eadem, & sub trilineis, BCG, GRM, & cum rectangulis bis sub eadem, & sub, RT, idest cum rectan- Ex antec. Coroll. 1. 26. lib. 2.



rectan-

rectangulis bis sub eadem, & sub quadrilineo, B G M X T, erunt vt, A R, ad ellipsim, B D M G. Sic etiam fiet demonstratio, si producantur, F A, R C, similiter ac producte sunt, A C, F R, quarum altera pro regula sumatur.

COROLLARIVM.

Hinc patet, si, B D M G, non esset ellipsis, sed alia vtcunque figura plana parallelogrammo, A R, inscripta, dummodo portiones laterum coalternè tangentes essent æquales, & rectangula sumpta ad coalternè tangentes, eo modo, quo dictum est in Theor. antecedenti, essent quoque æqualia, quod omnia quadrata, A R, ad omnia quadrata talis figuræ, cum rectangulis bis sub eadem, & sub trilineis adiacentibus lateri, quod non sumitur pro regula, erunt vt, A R, ad talem figuram; Veluti erunt etiam omnia quadrata, A R, cum rectangulis bis sub, A R, R T, ad omnia quadrata talis figuræ, cum rectangulis bis sub eadem, & sub quadrilineo simili ipsi, B G M X T, hæc .n. eodem modo colligentur, quo pro ellipsi, B D M G, per demonstrationem collecta sunt, aderunt enim eadem principia, ex quibus demonstratio pro ellipsi pendebat: Exemplum facile haberi potest in figura ex duabus æqualibus circuli, vel ellipsis portionibus minoribus composita tali pacto, vt basis vnius portionis alterius basi congruat, quæ quidem figura sit inscripta dicto rectangulo, cuiusque latera eam tangant non in punctis extremis axium, sed in quatuor alijs vtcunq, vnde, &c.

THEOREMA XXXIII. PROPOS. XXXIV.

Qvæcunque solida ad inuicem similaria, genita ex figuris superius in hoc Libro Tertio consideratis, iuxta regulas ibidem assumptas, quarum patefacta est ratio omnium quadratorum, habent inter se rationem notam.

Quoniam enim alibi ostensum est, vt omnia quadrata duarum figurarum inter se sumpta cum datis regulis, ita esse solida ad inuicem similaria genita ex ijsdem figuris, iuxta easdem regulas, ideò cum in Theorematibus huius Libri inuenta est ratio omnium quadratorum duarum quarundam figurarum cum talibus regulis, colligimus etiam nunc eandem esse rationem duorum ad inuicem similarium solidorum, quæ ex illis figuris iuxta easdem regulas genita dicuntur; Vt exempli gratia in Propos. 1. conspectis, iterum eiusdem figuris, cum ibi 33. Lib. 2.

ibi ostensum est, sumpta regula, D P, omnia quadrata portionis, D E P, ad omnia quadrata parallelogrammi, F P, esse vt composita ex sexta parte, E B, & dimidia, B R, ad ipsam, B R, ostensum etiam est solidum similare genitum ex portione, D E P, ad solidum sibi similare genitum ex parallelogrammo, F P, esse vt composita ex sexta parte, E B, & dimidia, B R, ad ipsam, B R. Cum verò ostensum est omnia quadrata portionis, E D P, ad omnia quadrata trianguli, D E P, esse vt composita ex dimidia totius, E R, & ipsa, B R, ad eandem, B R; pariter ostensum est solidum similare genitum ex portione, E D P, ad sibi similare genitum ex triangulo, D E P, iuxta easdem regulas esse, vt composita ex dimidia totius, E R, & ipsa, B R, ad eandem, B R.

Cum verò in Corollario eiusdem Theorem. collectum est, omnia quadrata parallelogrammi, F P, esse sexquialtera omnium quadratorum portionis, D E P, (si, D P, per centrum, A, transeat) hæc verò esse dupla omnium quadratorum trianguli, D E P; patet, quod etiam solidum similare genitum ex parallelogrammo, F P, sexquialterum erit solidi sibi similaris geniti ex portione, D E P, iuxta eandem regulam, D P, hoc verò erit duplum solidi sibi similaris geniti ex triangulo, D E P, iuxta eandem regulam, D P.

SCHOLIVM.

Qvoniam verò solida ad inuicem similaria genita ex duabus figuris planis, iuxta datas regulas, totuplicia sunt, quotuplices sunt figuræ similes, quæ dicuntur, omnes figuræ similes duarum genitricium figurarum, cum eisdem regulis assumpta, iuxta quas dicta solida similaria genita dicuntur, figurarum autem similarium solidorum variationes nullo dato numero clauduntur, ideò nec horum similarium solidorum variationes vllo dato coarctantur numero, vnde euidentissimè apparet hanc demonstrandi methodum, ipsamque demonstrationem, infinitè (vt ita dicam) locupletem esse; vt igitur ad particularia solida simi aria descendamus, expendendæ sunt ipsæ figuræ, quæ dicuntur (omnes figuræ similes, &c.) patet igitur ex alibi à me ostensis, si figuræ assumptæ sint omnes figuræ similes parallelogrammi, quod tunc istæ erunt omnia plana cylindrici; si verò illæ sint omnes figuræ similes trianguli (intellige in parallelogrammo, & triangulo vnum laterum pro regula) illæ erunt omnia plana Conici, & si parallelogrammum sit rectangulum, & figuræ eidem erectæ erit cylindricus rectus, scalenus autem nisi sit rectangulum, vel figuræ non eidem erecta; ex quo habes, qualescunque figuras intellexeris esse eas, quæ dicuntur omnes figuræ similes parallelogrammi, F P, regula, D P, vel trianguli, E D P, regula eadem, solidum genitum ex parallelo-

A. Def. 8. lib. 1.

34. Lib. 2.

34. Lib. 2.

*logrammo, F P, quod dicimus ſimilare, ſemper eſſe cylindricum, geni-
tum verò ex triangulo, D E P, ſemper eſſe conicum, vt etiam accidit in
omni parallelogrammo, & triangulo, dummodò regula ſit vnum laterum
eorundem, ſolida igitur ſimilaria genita ex parallelogrammis ſunt cy-
lindrici, genita verò ex triangulis ſunt conici, genita inquam, regula
vno laterum eorundem exiſtente; quod ſi figuræ quæ dicuntur omnes fi-
guræ ſimiles parallelogrammi dati, regula vno laterum, ſint circuli, ille
cylindricus erit cylindrus; & ſi, quæ dicuntur omnes figuræ ſimiles dati
trianguli ſint pariter circuli, regula vno laterum, conicus erit conus;
nomine ergo communi hic cylindrus, & conus dicti ſunt ſolida ſimila-
ria nomine particulari dicti ſunt cylindricus, & conicus, ſed nomine
34.Lib.2. magis particulari, & proprio dicuntur cylindrus, & conus, quotieſcun-
que dictæ figuræ ſint circuli, iuxta alibi à me oſtenſa.*

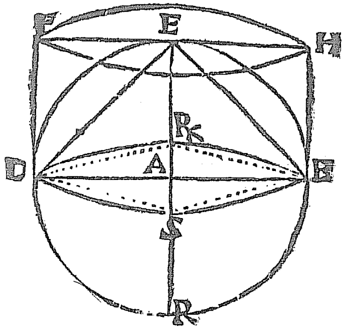
*Pariter ſi figuræ genitrices ſolidorum ſint circuli, vel ellipſes, illæ
autem, quæ dicuntur (omnes figuræ ſimiles earundem ſumptæ cum datis
regulis) ſint pariter circuli, quorum deſcribentes rectæ lineæ in figuris
genitricibus ſint eorundem diametri, ſolida ſimilaria genita ex eiſdem
46.Lib.1. iuxta eaſdem regulas, erunt, alterum ſphæra, quod ſcilicet gignitur ex
circulo, alterum ſphæroides, quod ſcilicet gignitur ex ellipſi, ſi figuræ
ſimiles rectè ſecent axem ellipſis, & ſint erectæ tum circulo, tum ellipſi;
47.Eiuſd. lib.1. poterit etiam eſſe ſphæroides, etiamſi figuræ ſimiles non ſint circuli, ſed
ellipſes iuxta alibi oſtenſa; quæ igitur in hoc caſu nomine communi di-
cuntur, ſolida ſimilaria genita ex circulo, vel ellipſi iuxta datas regu-
las, nomine particulari, & proprio, dicuntur ſphæra, vel ſphæroides:
Et quæ pariter dicerentur nomine communi ſolida ſimilaria genita ex
portione tali, vel tali, iuxta talem regulam, portione inquam circuli,
vel ellipſis, quotieſcunque figuræ, quæ dicuntur, omnes figuræ ſimiles
talis portionis iuxta eandem regulam, ſint circuli erecti genitricibus,
& figura genitrix portio circuli, erit, & dicetur nomine particulari, &
46.Lib.1. proprio, portio ſphæræ; ſi verò figura genitrix ſit ellipſis portio, & fi-
guræ ſimiles ſint circuli erecti genitricibus, rectè axem portionis ſecan-
47.Lib.1. tes, fiet portio ſphæroidis, quod ſi ſint ellipſes erectæ genitricibus, dia-
metros habentes, vt poſtulat Propoſ.47.Lib.1. fiet etiam portio ſphæ-
roidis: Sic igitur nominibus particularibus hæc ſolida vocari conſueue-
runt. Cum verò figuræ ſimiles non ſunt neq; circuli, neq; ellipſes ſum-
ptæ, vt dictum eſt, ſufficiet eadem vocare nomine communi ſolidi ſimi-
laris, &c. licet ad variationem, & nominationem ſimilium figurarum,
conſequenter & eadem varia ſolida, variè nominari poſſent; fortè autem
in ſequentibus ex genitricium figurarum variatione varia nomina com-
ponemus, interim hæc teneantur, hoc animaduerſo, quod in ſuperiori-
bus, dum ſit ſphæra, vel ſphæroides, vel eorundem portio, ſuppono li-
neas, quæ ſunt in genitricibus figuris, & circulos, vel ellipſes deſcri-
bunt,*

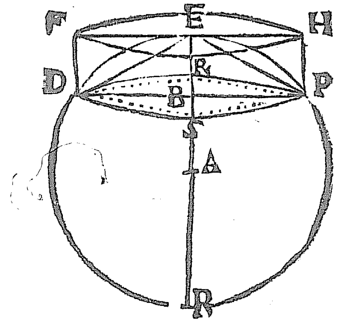
*bunt, eſſe eorundem axes. His autem prædemonſtratis ſequentia Corol-
laria colliguntur, quæ quidem cum Typographo deeſſent conſueti huiu-
ſcemodi caracteres, diuerſis imprimi neceſſe fuit.*

COROLLARIVM I.

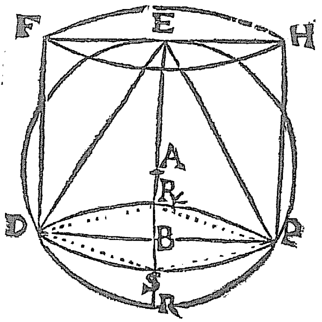
IN Propoſ. prima igitur, ſi ſuppoſuerimus, P R D E, eſſe circu-
lum, vel ellipſim, & axem, E R, & circa eandem in baſi, D P,
parallelogrammum, F P, quę quidem ſit baſis portionis, D E P, re-
ctè ſecans axim, E R, deinde intellexerimus omnes figuras ſimiles
portionis, D E P, eſſe circulos diametros in figura genitrice, D E P,
(cui ſint erecti) ſitos habentes, tunc, F P, erit figura genitrix ſolidi
ſimilaris, quod erit cylindrus rectus, &, D E P, erit figura genitrix
ſolidi prædicto ſimilaris, quod erit portio ſphæræ, vel ſphæroidis,
cuius axis, E R, & quia patet ex ſupradictis, quam rationem habeat
ſolidum ſimilare genitum ex, F P, ad ſibi ſimilare genitum ex, D E
P, iuxta regulam, D P, ideò patet ex ſupradictis, quam rationem ha-
beat cylindrus, F P, ad portionem ſphæræ, vel ſphæroidis, D E P,
ſiue, D P, tranſeat per centrum, A, ſiue non. Similiter ſi ſuppoſue-
rimus, E D R P, eſſe ſphæroidem, &, E R, non axim, ſed diame-
trum, & ſecari per ellipſim, D S P R, obliquè ad diametrum, E R,
& circa eandem diametrum, E B, in eadem baſi ellipſi, D S P R,
eſſe cylindricum, F P, ſecari autem cylindricum, & portionem ſphæ-
roidis planis parallelis ipſi ellipſi, D P, quę intelligatur erecta plano,
D E P R, conceptæ in ipſo cylindrico figuræ erunt omnes figuræ ſi- Corollar. 47.lib.2.
miles parallelogrammi, F P, & quæ fiunt in portione ſphæroidis, D
E P, erunt omnes figuræ ſimiles portionis, D E P, omnes inquam
ellipſes ſimiles ellipſi, D P, (eſt enim idem, ſiue intelligas has figu-
ras ſimiles deſcribi omnibus lineis figurarum genitricium, F P, D E
P, ſiue percipias eaſdem produci per ſectionem corporum per plana
factam ipſi, D P, parallela) & quia patet ratio harum omnium ſimi-
lium figurarum, ſiue ellipſium inter ſe ex ſupradictis, & ſubinde ſoli-
dorum ſimilarium genitorum ex, F P, & portione, D E P, quorum
vnum eſt cylindricus, alterum eſt portio ſphæroidis ſecta plano, D
P, ideo patet, quam rationem habeat cylindricus, F P, ad portio-
nem, D E P, .i. eſſe eandem, quam habet compoſita ex ſexta parte,
E B, & dimidia, B R, ad ipſam, B R, & hoc, ſiue, E R, ſit axis,
ſiue non; Quod ſi, D P, tranſeat per centrum, A, cylindricum, F P,
eſſe ſexquialterum portionis ſphærę, vel ſphęroidis, D E P. Iiſdem
vijs patebit conum, ſiue conicum, E D P, ad portionem ſphærę, vel
ſphæroidis, D E P, eſſe vt, B R, ad compoſitam ex, B R, & dimi-
dia totius, E R, quod ſi, D P, per centrum tranſeat, conum, vel co-
ni-

nicum, E D P, esse subduplum portionis sphæræ, vel sphæroidis, D E P; hæc autem etiam ab alijs ostensa sunt. Verum si figuræ similes iam dictæ non sint circuli, vel ellipses, sed aliæ vtcunque figuræ, vt ex.g. quadrata, veluti in figuris intra ellipses exemplificare volui, diametros homologas in figuris genitricibus habentia, adhuc eædem rationes supradictis erunt inter hęc solida ad inuicem similaria genita ex, F P, & portione, D E P, siue ex triangulo, E D P, & portione, D E P, bases habentia quadratas; patet autem hic, quod solidum similare genitum ex, F P, basem habens rectilineam, sicuti est prisma, ita & hoc nomine vocari potest magis particulari, veluti & solidum similare genitum ex triangulo, E D P, nomine pyramidis vocari potest, dum basim habet rectilineam.





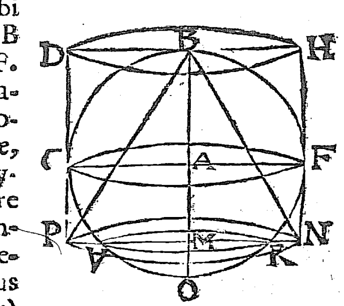
Deniq; vniuersalissimè habetur ratio quorumcumque duorum solidorum genitorum ex, FP, & portione, D E P, siue ex triangulo, D E P, & portione, D E P, iuxta regulam, D P, quacunque in similibus figuris variatione facta. Quæ autem in huius Theorematis declaratione animaduersa sunt, memoria teneantur, nam & sequentia consimili methodo, sed breuiori declarabimus; sufficiat autem tot figurarũ variationes in duabus tantum exemplificasse, quas solidorum indicant bases, nempè circulus, & quadratum, inscriptum eidem circulo, habens vtrunq; diametrum in figura genitrice, imposterum enim cum sine figurarum confusione id ægrè fieri possit vna tantum positione contenti erimus,



ea nempè, qua omnes figuræ similes circuli esse supponuntur, cæteras ergo variationes ex his facillimè auidus veritatis indagator proprio marte comprehendere poterit, quæ pro huius Theor. declarat. ad seq. quoq; dilucidat. satis esse reor.

COROLLARIVM II.

IN Propositione secunda, exposita figura Coroll. antec. conformiter, patet, quam rationem habeat solidum similare genitum ex, D N, idest cylindricus in basi figura descripta à basi, P N, cuius latus est, H N, ad solidum sibi similare genitum ex portione, V C B F R, .i. (si omnes figuræ similes ipsius, D N, sint circuli diametros in, D N, habentes, & omnes figuræ similes portionis, V C B F R, sint pariter circuli rectè axem, B O, secantes, & diametros in eadem portione sitos habentes, qui circuli sint genitricibus erecti) cylindrus, D N, ad portionem sphæræ, vel sphæroidis, V C B F R, vel si figuræ sint recti lineę, patet ratio, quam habet prisma, D N, ad solidum sibi similare genitum ex portione, V C B F R, circuli, vel ellipsis, B C O F. Ductis autem rectis, B P, P N, patet similiter ratio, quam habet conus, B P N, ad portionem sphæræ, vel sphæroidis, V C B F R, siue pyramis, B P N, ad solidum similare genitum ex triangulo, B P N, (intellige semper hęc solida inuicem genita iuxta regulas in Theorematibus assumptas, ne toties id repetatur) siue tandem, quam habet vniuersaliter solidum similare genitum ex, D N, vel triangulo, B P N, ad solidum sibi similare genitum ex portione, V C B F R, & hoc si, B O, sit axis, quod si tantum sit diameter eædem rationes colligentur ad modum superioris Theorematis. Est ergo in figura cylindricus, D N, ad portionem sphæræ, vel sphæroidis, V C B F R, vel prisma, D N, ad solidum similare genitum ex portione, V C B F R, vel tandem quodlibet solidum similare genitum ex, D N, siue quilibet cylindricus genitus ex, D N, ad solidum sibi similare genitum ex portione, V C B F R, vt rectangulum sub, B A, & tripla, A O, ad rectangulum sub, B M, & sub composita ex, M O, O A. Solidum verò similare genitum ex triangulo, B P N, siue sit conus, siue pyramis, siue tantum conicus, ad sibi similare genitum ex portione, V C B F R,

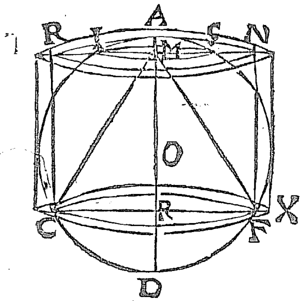


ſiue hoc ſit portio ſphæræ, vel ſphæroidis, ſiue tantum ſolidum ſimilare genitum ex portione, V C B F R, vt rectangulum, B A O, ſiue quadratum, B A, ad rectangulum ſub, B M, & ſub compoſita ex, M O, O A, nam ſicut rectangulum, B A O, eſt tertia pars rectanguli ſub, B A, & tripla, A O, ita ſolidum ſimilare genitum ex triangulo, B P N, eſt tertia pars ſolidi ſimilaris geniti ex, D N, vnde patet, &c.

1. Propoſ. 34. lib. 2.

COROLLARIVM III.

IN Propoſit. tertia colligitur, quam rationem habeat ſolidum ſimilare genitum ex, B F, ſiue ſit cylindrus, ſiue priſma, ſiue tantum conicus, ad ſibi ſimilare genitum ex portione circuli, vel ellipſis, I C F S, ſiue hoc ſit fruſtum ſphæræ, vel ſphæroidis, ſiue tantum ſolidum ſimilare genitum ex portione, I C F S, ſiue, A D, ſit axis ſiue non, quę eadem eſt ei, quam habet rectangulum, D R A, ad rectangulum ſub, D R, & ſub compoſita ex, $\frac{1}{2}$, R M, & ex, M A, vna cum rectangulo ſub, R M, & ſub compoſita ex, $\frac{1}{6}$, R M, &, $\frac{1}{2}$, M A. Solidum autem ſimilare genitum ex triangulo, M C F, ſiue ſit conus, ſiue priſma, ſiue tantum conicus, ad ſibi ſimilare genitum ex portione, I C F S, ſiue hoc ſit fruſtum ſphæræ, vel ſphæroidis, ſiue tantum ſolidum ſimilare genitum ex tali portione, I C F S, erit vt rectangulum, D R A, ad rectangulum ſub compoſita ex, M D, D R, & ſub ſexquialtera, M A, vna cum rectangulo ſub compoſita ex, M D, & dupla, D R, & ſub, $\frac{1}{2}$, M R, ſiue, A D, ſit axis, ſiue tantum diameter, quę iuxta antecedētium declarationem facilè percipi poſſunt.

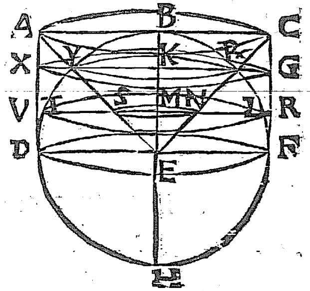


COROLLARIVM IV.

IN Propoſ. quarta patet ratio, quam habet ſolidum ſimilare genitum ex, G X, quod apparet in ſuperioris figura, ad ſibi ſimilare genitum ex portione, I C F S, quæ ratio ibi conſpiciatur.

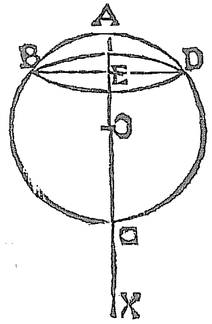
COROLLARIVM V.

IN Corollario Propoſ. quintæ, ſi ſupponamus notam rationem, quam habent omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata trianguli, A E C, vel quam habent omnia quadrata, X R, ad omnia quadrata trapetij, Y S N ℞, veluti iam eam notam reddidimus, colligimus, quam rationem habeant omnia quadrata, A F, ad reliquum, demptis omnibus quadratis ſemicirculi, vel ſemiellipſis, D B F, & quam rationem habeant omnia quadrata, X R, ad reliquum, demptis omnibus quadratis portionis, Y T I ℞, & ideò patet, quam rationem habeant omnia quadrata, A F, ad omnia quadrata ſemicirculi, vel ſemiellipſis, D B F, & quam rationem habeant omnia quadrata, X R, ad omnia quadrata portionis, Y T I ℞, vnde apparet, quam rationem habeat ſolidum ſimilare genitum ex, A F, ſiue ſit cylindrus, ſiue priſma, ſiue tantum cylindricus, ad ſolidum ſibi ſimilare genitum ex ſemicirculo, vel ſemiellipſi, D B F, ſiue hoc ſit hæmiſphærium, ſiue hæmiſphæroides, ſiue tantum ſolidum ſimilare illi, genitum ex, D B F. Item patet, quam rationem habeat ſolidum ſimilare genitum ex, X R, quodcunque illud ſit, ad ſibi ſimilare genitum ex portione, Y T I ℞. Eodem pacto manifeſta fieret ratio ſolidi ſimilaris geniti ex, A G, ad ſibi ſimilare genitum ex portione, Y B ℞, & ita in reliquis. Inuentæ igitur ſunt alio modo à prædictis rationes ſolidorum inuicem ſimilarium genitorum ex parallelogrammis in baſi æquali ſecundæ diametro conſtitutis .ſ. in baſi æquali ipſi, D F, & circa eoſdem axes, ſiue diametros vtcunque portionum, Y B ℞, T Y ℞ I, D T I F, &, D B F, quod explicare opus erat, & in ſupraposita figura modo ſolito declaratum eſt, ſed tantum vnico exemplo ne ipſa confonderetur.



COROLL. VI. SECTIO PRIOR.

IN Propos. sexta, & eiusdem figura apparet solidum similare genitum ex circulo, vel ellipsi, A B C D, siue sit sphæra, vel sphæroides, vel tantum solidum similare, ad solidum sibi similare genitum ex altera portionum, B A D, B C D, vtramuis, vt ex, B A D, siue hoc sit portio sphæræ, vel sphæroidis, vel tantum solidum similare genitum ex, B A D, esse vt parallelepipedum sub altitudine, X C, basi quadrato, C A, ad parallelepipedum sub altitudine, X E, basi quadrato, E A, vel vt cubus, A C, ad parallelepipedum sub altitudine tripla, E C, basi quadrato, A E, cum cubo, A E.

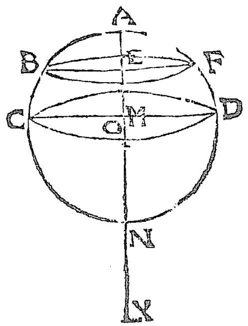


SECTIO POSTERIOR.

VNde colligitur in Corollario solidum similare genitum ex portione, B A D, ad sibi similare genitum ex portione, B C D, esse vt parallelepipedum sub altitudine, X E, basi quadrato, E A, ad parallelepipedum sub altitudine, O A E, basi quadrato, E C, qualiacunque sint illa solida similaria, siue sit, A C, axis, siue tantum diameter.

COROLLARIVM VII.

IN Propos. septima colligitur solidum similare genitum ex portione, B A F, ad sibi similare genitum ex portione, C A D, siue hæc solida sint portiones sphærę, vel sphæroidis, siue tantum solida similaria, siue, A N, sit axis, siue tantum diameter, esse vt parallelepipedum sub altitudine, X E, basi quadrato, E A, ad parallelepipedum sub altitudine, X M, basi quadrato, M A, vt exemplificatur in præsenti figura more solito.



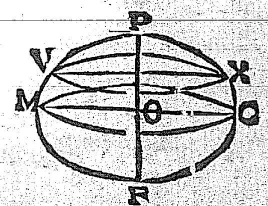
CO-

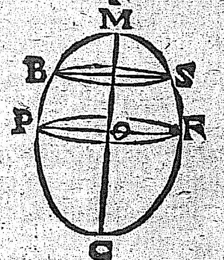
COROLLARIVM VIII.

IN Propos. octaua discimus à data sphæra, vel sphæroide, vel solido quocunque genito ex circulo, vel ellipsi, iuxta regulam, quę sit vna ex ordinatim applicatis, abscindere portionem, quæ ad solidum similare sibi genitum ex triangulo in eadem basi, & circa eundem axim, vel diametrum cum portione constituto, habeat datam rationem, quam oportet esse maiorem sesquialtera; quæ omnia ibi clarè patent, & ideo figuram non appono.

COROLL. IX. SECTIO PRIOR.

IN Propos. nona patet ratio, quam habet solidum similare genitum ex circulo, vel ellipsi, iuxta regulam primum axim, vel diametrum, ad solidum similare genitum ex eodem, iuxta secundum axim, vel diametrum tamquam regulam, siue hæc solida sint sphæra, vel sphæroides, vel tantum solida similaria, quæ in his appositis figuris clarè patent, in quarum vna conspici potest sphęroides prolatum, in altera oblongum, prædicta autem ratio est ea, quam habet prima axis, vel diameter ad secundam axim, vel diametrum: quę etiam pro reliquis solidis ad inuicem similaribus manifesta sunt.





SECTIO POSTERIOR.

IN Corollario autem eiusdem Theorematis colligimus esse notam rationem omnium quadratorum duarum portionum circuli, vel ellipsis abscissarum per lineas, quarum vna sit parallela primo, altera secundo axi, vel diametro, quales sint in appositis figuris portiones, B M S, V P X, vnde etiam nota erit ratio solidorum similarium, B M S, V P X, ex ipsis genitorum, vnum iuxta regulam, B S, alterum iuxta regulam, V X, siue sint hæc portiones sphæræ, vel sphæroidis, siue solida similaria genita ex portionibus, B M S, V F X.

 CO-

COROLL. X. SECTIO PRIMA.

IN Propos. 12. dicimus, quod si circuli, vel ellipses habuerint in suis coniugatis axibus, vel diametris eas conditiones, quas supposuimus in esse lateribus parallelogrammorum in Theor. 9. 10. 11. 12. 13. Lib. 2. quod pro eorum circulorum, vel ellipsium omnibus quadratis regula basi sequentur eædem conclusiones ibi collectæ, si enim his circumscribantur parallelogramma latera habentia axibus, vel diametris coniugatis circulorum, vel ellipsium parallela, habebunt hæc parallelogramma requisitas conditiones in suis lateribus, & ideò sequentur iam dictæ conclusiones pro parallelogrammis, & consequenter pro omnibus quadratis ellipsium illis inscriptorum, cum hæc sint subsexquialtera omnium quadratorum parallelogrammorum illis circumscriptorum idest vt clarius loquar, si circulus, & ellipsis, vel duæ ellipses fuerint circa eandem diametrum, vel circa æquales diametros, vel axes, erunt omnia quadrata eorundem regulis secundis axibus, vel diametris, vt omnia quadrata parallelogrammorum illis circumscriptibilium, latera habentium dictis axibus, vel diametris parallela, regulis eisdem retentis, & quia omnia quadrata parallelogrammorum, latera basibus æquè inclinata æqualia habentium regulis basibus, sunt vt quadrata basium, ideò omnia quadrata circulorum, vel ellipsium circa eundem axim, vel diametrum, vel æquales constitutorum, erunt vt quadrata secundorum axium, vel diametrorum, & ideò solida similaria genita ex ipsis iuxta easdem regulas, erunt vt quadrata secundorum axium, vel diametrorum, quæ solida, vel erunt sphæra, & sphæroides, vel ambo sphæroides circa eundem axim, vel diametrum, vel solida similaria genita ex dictis circulo, & ellipsi, vel duabus ellipsibus iuxta dictas regulas, quæ quoque erunt inter se, vt quadrata secundorum axium, vel diametrorum.

SECTIO II.

QVod si in dictis figuris circulo, & ellipsi, vel ellipsibus sumatur pro regula communis axis, vel diameter, erunt omnia quadrata eorundem inter se, vt secundi axes, vel diametri inter se, & sic etiam erunt solida similaria ex eisdem genita iuxta dictam regulam, in quibus includitur sphæra, & sphæroides.

SECTIO III.

ITem colligimus solida similaria genita ex circulo, & ellipsi, vel ellipsibus, vtcunque iuxta datas regulas .i. sphæram, & sphæroides, & alia quæcunque solida similaria genita ex dictis figuris, habere inter se rationem ex eorum axibus, vel diametris coniugatis compositam.

SECTIO IV.

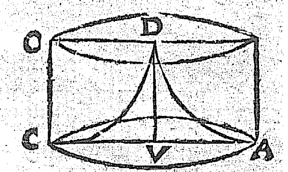
ITem colligimus solida similaria genita ex circulo, vel ellipsi, vel ellipsibus, quæ habeant axes, vel diametros reciprocè quadratis axium illis coniugatorum respondentes iuxta quæ genita, intelligantur, esse æqualia, dummodo vel vna in vtrisque sumantur axes, vel vna diametri æqualiter ad inuicem inclinatæ: & si hæc sint æqualia, illa esse reciprocè respondentia.

SECTIO V.

ITem habemus, quod sphæræ, & similia sphæroideia, & in vniuersum, quod solida similaria genita ex circulis, vel ellipsibus habentibus axes, vel diametros in ratione secundorum axium, vel diametrorum, cum quibus æqualiter sint inclinati, quod, inquam, sint in tripla ratione axium, vel diametrorum .i. vt cubi eorundem. Hæc enim demonstrata de omnibus quadratis parallelogrammorum pro omnibus quadratis circulorum, vel ellipsium, tamquam eorundem partibus proportionalibus (dum illis inscripta intelliguntur) recipi possunt.

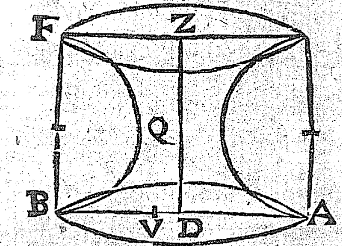
COROLLARIVM XI.

IN Prop. 13. colligemus solidum similare genitum ex, O V, quod potest esse vel cylindrus, vel prisma, ad sibi similare genitum ex trilineo, D C V, esse vt, O V, ad reliquum spatium, dempta quarta circuli, vel ellipsis, O C D, cum excessu dicti quadrantis super duas tertias, rectanguli, O V, idest proximè, vt 21. ad 2. Exponatur de huius Theor. figura tantum rectangulum, O V, cum quarta, O C D, dimissa, E F, si igitur intelligemus, O V, circa, D V, manentem reuolui, quoad redeat, vnde discessit, describetur, ab, O V, cylindrus, O A, idest solidum similare genitum ex, O V, cuius omnes figuræ similes sunt circuli, semidiametros in figura genitrice, O V, habentes, à trilineo autem, D C V, describetur quoddam solidum, quod vocetur, Apex sphæralis, si, O C D, sit quarta circuli; vel sphæroidalis, si, O C D, sit quarta ellipsis, idest solidum similare, quod potest dici genitum ex trilineo, D C V, habens omnes suas similes figuras circulos semidiametros in figura genitrice, D C V, sitos habentes, est igitur inter hæc duo similaria solida, quę in particulari hoc exemplo sunt cylindrus, & apex sphęralis, vel sphæroidalis, ratio eadem supradictę, quam breuitatis causa aliter exemplificare dimisi. Consimili autem vnico exemplo .s. assumendo pro figuris similibus ipsos circulos, semidiametros in figuris genitricibus habentibus, breuitatis causa, & ob seruandam in figuris claritatem imposterum contenti erimus.



COROLLARIVM XII.

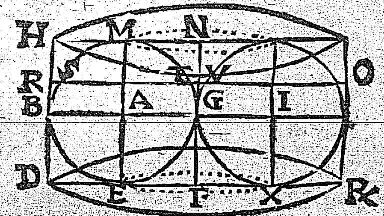
IN Propos. 14. patet ratio solidi similaris geniti ex, F D, ad solidum similare genitum ex figura, F Q B D Z. Apposita .n. hic illius figura, dimissa, H C, &, A P, & retenta, B D, tantum in, V, diuisa, reuoluatur, F D, circa manentem axim, Z D, modò supradicto, ex, F D, igitur fiet cylindrus, F A, & ex figura, F Q B D Z, fiet quoddam solidum rotundum, quod vocetur, Tympanum sphærale, si, F Q B, sit semicirculus, vel sphæroidale, si, F Q B, sit ellipsis, erunt autem hæc duo solida similaria genita ex figuris, F D, F Q B D Z, figuras similes circulos habentia, quorum semidiametri iacent in suis genitricibus figuris, & patet, quod ratio cylindri, F A, ad tympanum sphærale, vel sphæroidale, F Q R A, est eadem ei, quam habet, B D, ad, D V, eandem autem habet quodlibet solidum similare genitum ex, F D, ad similare sibi genitum ex figura, F Q B D Z, qualecunque sit.



CO-

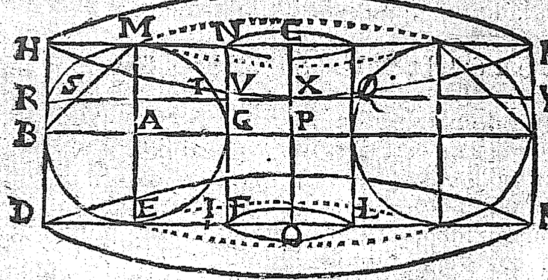
COROLLARIVM XIII.

IN Propos. 13. colligimus solidum similare genitum ex, H F, ad solidum similare genitum ex figura, N M B E F, demptis solidis similaribus genitis à trilineis, M N G, G F E, esse vt, H F, ad circulum, vel ellipsim, M B E G. Reuoluatur, H F, circa, N F, manentem, vt supra, ex, H F, igitur fiet cylindrus, H R, & ex figura, N M B E F, fiet quædam figura, à qua si auferantur solida, quæ fiunt à duobus trilineis, M N G, G F E, remanebit quædam figura solida, quam vocabimus, Anulum strictum circularem, si, M B E G, sit circulus; Ellipticum verò, si sit ellipsis, & patebit, quam rationem habeat cylindrus, H R, ad hunc anulum strictum, A I, sicuti vniuersaliter patet ex supradictis, quam rationem habeat solidum similare genitum ex, H F, ad solidum sibi similare genitum ex figura, N M B E F, demptis solidis similaribus genitis ex trilineis, M N G, G F E.

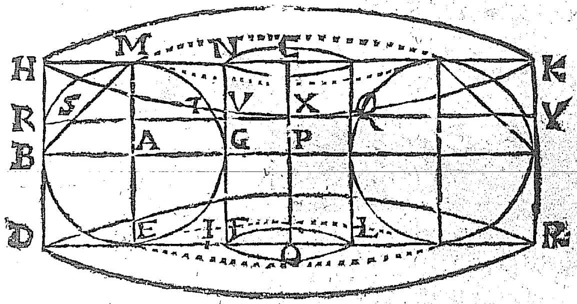


COROLLARIVM XIV.

IN Propos. 16. patet, quam rationem habet solidum similare genitum ex, H O, dempto solido similari genito ex, N O, ad solidum sibi similare genitum ex figura, M B E O C, dempto solido similari genito ex figura, M G E O C, .i. esse eandem ei, quam habet, H F,



H F, ad circulum, vel ellipsim, M B, E G. Reuoluatur, H O, circa manentem axem, C O, modo supradicto, ex, H O, igitur fiet cylindrus, H ℞, & ex figura, C M B E O, fiet quoddam solidum similare prædicto cylindro, auferatur à cylindro, H ℞, cylindrus, N L, descriptus ab, N O, & à prædicto solido similari auferatur solidum similare genitum ex figura, M G E O C. Dico nos iam compertum habere residuum primum .i. fasciam solidam cylindricam (vt ita dicam) H F L K, ad residuum secundum, ad solidum, inquam, quod gignitur ex reuolutione circuli, vel ellipsis, M B E G, esse vt, H F, ad ipsum circulum, vel ellipsim, M B E G; quod etiam patet de residuis quorumlibet similarium solidorum ex, H O, & figura, M B E O C, genitorum, demptis solidis similaribus genitis ex, N O, & figura, M G E O C, vt supra diximus. Vocetur autem solidum, quod in supradicto exemplo, & figura gignitur ex reuolutione circuli, vel ellipsis, M B E G, Anulus latus circularis, si, M B E G, sit circulus, vel, Anulus latus ellipticus, si, M B E G, sit ellipsis.



COROLL. XV. SECTIO PRIMA.

IN Prop. 17. colligitur solidum similare genitum ex, H F, ad solidum similare genitum ex figura, N M B E F, esse vt, H F, ad circulum, vel ellipsim, M B E G, vna cum residuo, quod remanet, si à rectangulo, M G, dematur quarta circuli, vel ellipsis, M A G, ablato insimul excessu, quo eadem quarta superat duas tertias rectanguli, M G. Conspiciatur ergo exemplum in figura Coroll. 13. huius, patebit ergo cylindrum, H ℞, ad solidum genitum ex figura, N M B E F, habere supradictam rationem, quę est proximè, vt 21. ad 17. vt in Propos. 17. huius ostenditur. Vocetur autem solidum similare genitum ex figura, N M B E F, habens omnes suas figuras similes, quæ sint circuli, siue quod fiet per reuolutionem dictæ figuræ, N M B E F, vocetur, inquam. Basis columnaris stricta, & circularis, si, M B E G, sit circulus, elliptica autem, si is sit ellipsis.

SECTIO II.

IN Coroll. 1. colligitur solidum similare genitum ex, H F, ad solidum similare genitum ex figura, N M B E F, dempto solido similari genito ex, M F, esse proximè, vt 84. ad 47. idest in nostro exemplo cylindrum, H ℞, ad basem columnarem strictam genitam ex figura, N M B E F, dempto cylindro, M X, esse proximè, vt 84. ad 47.

SECTIO III.

IN Coroll. 2. habetur solidum similare genitum ex, M F, demptis solidis similaribus genitis ex trilineis, M N G, G F E, ad solidum sibi similare genitum ex figura, N M B E F, dempto solido similari genito ex, M F, esse proximè, vt 19. ad 47. In exemplo autem nostro, dum reuoluitur, H F, apprehende superficiem cylindricam descriptam linea, M E, quę in duas partes disseparat anulum strictum, A I, scilicet in vnam, quam possumus vocare interiorem, & in aliam exteriorem; interior est, quę gignitur ex reuolutione semicirculi, vel semiellipsis, M G E; exterior autem, quæ generatur ex semicirculo, vel semiellipsi, M B E, est igitur hæc pars interior anuli stricti ad partem exteriorem proximè, vt 19. ad 47. vt in cæteris solidis similaribus supradictis contingere diximus.

COROLL. XVI. SECTIO PRIOR.

IN Propos. 18. habemus solidum similare genitum ex, H O, ad solidum similare genitum ex figura, C M B E O, esse vt quadratum, D O, ad rectangulum sub, D O, O E, vna cum rectangulo sub, O E, & sub excessu, quo dupla, E I, superat, E F, & $\frac{2}{3}$, quadrati, D E. Exemplum conspici potest in figura Coroll. 14. huius, in qua solidum similare genitum ex, H O, est cylindrus, H ℞, solidum verò similare genitum ex figura, C M B E O, est, quod nascitur ex reuolutione eiusdem figurę circa, C O, quod solidum vocabimus. Basem columnarem latam, circularem, si, M B E G, sit circulus, ellipticam verò, si sit ellipsis.

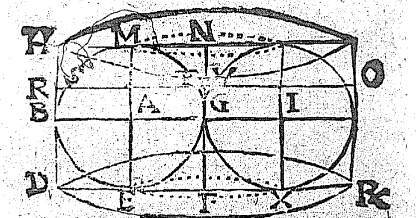
SE-

SECTIO POSTERIOR.

IN huius Corollario colligitur ſolidum ſimilare genitum ex, H P, ad ſolidum ſimilare genitum ex figura, C M S B P, dempto ſolido ſimilari genito ex trapezio, M B P C, ideſt in exemplo cylindrum genitum ex reuolutione, H P, ad mediam baſem columnarem latam genitam ex figura, M S B P C, dempto fruſto conico genito ex trapezio, C M B P, eſſe vt quadratum, B P, ad rectangulum ſub, A P, & ſub exceſſu duplæ, E I, ſuper, E F, vna cum, $\frac{1}{3}$, quadrati, B A. Ex quibus etiam facilè inueniri poteſt, quam rationem habeat ſolidum ſimilare genitum ex figura, M S B P C, ad ſolidum ſimilare genitum ex trapezio, M B P C, .i. quam rationem habeat, in exemplo, media baſis columnaris lata genita ex reuolutione, M X B P C, ad fruſtum conicum genitum ex reuolutione trapezij, M B P C.

COROLL. XVII. SECTIO PRIOR.

IN Propoſ. 19. colligimus ſolidum ſimilare genitum ex figura, S M N V, dempto ſolido ſimilari genito ex quadrilineo, M N V, T, ad ſolidum ſibi ſimilare genitum ex figura, S B E G T, demptis ſolidis ſimilaribus genitis ex trilineis, T V G, G F E, eſſe vt portio, S M T, ad portionem, S B E G T, circuli, vel ellipſis, M B E G; ideſt in propoſito exemplo, ſolidum, quod generatur ex portione, S M T, dum intelligimus, H F, reuolui circa, N F, manentem axim, ad ſolidum, quod generatur ex portione, S B E G T, erit vt portio, S M T, ad portionem, SBEGT.



SECTIO POSTERIOR.

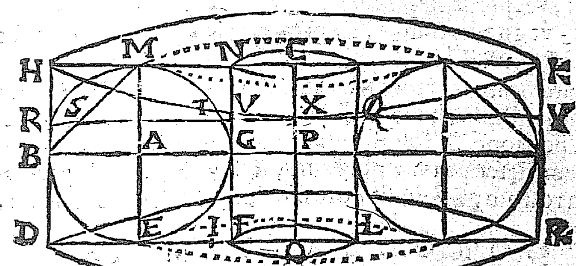
IN Corollario eiuſdem colligimus ſolida ſimilaria genita ex parallelogrammis circa eoſdem axes, cum portionibus conſtitutos ad ſolida ſibi ſimilaria genita ex eiſdem portionibus, eſſe vt dicta parallelogramma ad dictas portiones .ſ. in exemplo cylindrum, H O, ad fruſtum anuli ſtricti reſectum ſuperficie deſcripta linea, S T, erit vt, H V, ad portionem, S M T, & item cylindrus, R R, deſcriptus ab, R F,

R F, ad portionem anuli ſtricti deſcriptam portionem, S B E G T, erit vt, R F, ad eandem portionem, quod patet etiam de reliquis eorundem ſolidis ſimilaribus.

COROLLARIVM XVIII.

IN Propoſ. 20. expoſita figura, & exemplo conſtructo, oſtendimus pariter ſolidum deſcriptum à portione, S M T, ad ſolidum deſcriptum à portione, S B E G T, dum, H O, reuoluitur circa manentem axim, C O, eſſe vt portio, S M T, ad portionem, S B G E T, quod etiam de reliquis ſolidis ſimilaribus ab eiſdem portionibus genitis patet.

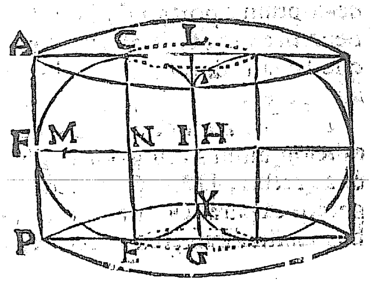
In huius autem Corollario colligitur ſolida ſimilaria genita ex parallelogrammis, cum portionibus in eadem altitudine exiſtentibus, & ad rectas, H D, C O, terminantibus, demptis ſolidis ſimilaribus genitis ex parallelogrammis in eadem altitudine cum dictis portionibus exiſtentibus, ſed ad rectas, N F, C O, terminantibus, ad ſolida



ſibi ſimilaria genita ex figuris compoſitis ex dictis portionibus, & reliquo ſpatio, vſq; ad, C O, dempto ſolido ſimilari genito ex hoc reliquo ſpatio, eſſe vt dictorum parallelogrammorum reſiduum parallelogrammum ad dictam portionem. Vt in exemplo cylindrum, H Y, dempto cylindro, N Q, ad portionem anuli lati reſectam per ſuperficiem deſcriptam in reuolutione à linea, S T, eſſe vt, H V, ad portionem, S M T.

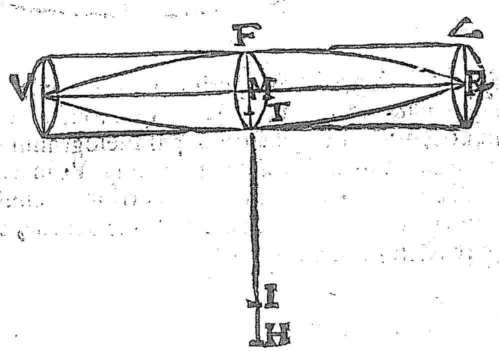
COROLLARIVM XIX.

IN Propos. 22. exposita figura, & exemplo constituto, colligimus solidum similare genitum ex, A G, ad solidum similare genitum ex figura, L C F E G, demptis solidis similaribus genitis ex trilineis, C L T, Y G E, esse (si, C F E H, sit circulus) vt parallelepipedum sub basi parallelogrammo, A G, altitudine, F I, ad cylindricum sub basi maiori portione, T C F E Y, altitudine, I M, vna cum, $\frac{1}{6}$, cubi, T Y. In ellipsi verò, vt parallelepipedum sub basi parallelogrammo, A G, altitudine, F I, ad cylindricum sub basi portione, T C F E Y, altitudine, M L, vna cum ea parte cubi, T Y, vel (rhombo ab eadem, T Y, descripto, vt in Theor. 21.) parallelepipedi sub, T Y, & dicto rhombo, ad quam eiusdem cubi, vel parallelepipedi sexta pars sit, vt quadratum, C E, primæ axis, ad quadratum secundæ s. ad quadratum, F H. Sit ergo constitutum exemplum per reuolutionem, A G, circa manentem axim, L G, siue ergo, C F E H, sit circulus, siue ellipsis, habebit genitus cylindrus ab, A G, ad genitum solidum à portione, T C F E Y, supradictam rationem. Vocetur autem solidum descriptum à portione, T C F E Y, (si sit portio circuli) malum roseum; si verò sit portio ellipsis: Malum cotoneum.



COROLLARIVM XX.

IN Prop. 23. sumpta ex fig. Theor. 21. portione minori vtcunque, R F V, quæ sit portio circuli, cum illi circumscripto rectangulo, Δ V, assumpto etiam integro axi, F H, & puncto, ω, in ea, vt ibi sumptum est, patet solidum similare genitum ex, Δ V, ad solidum sibi similare

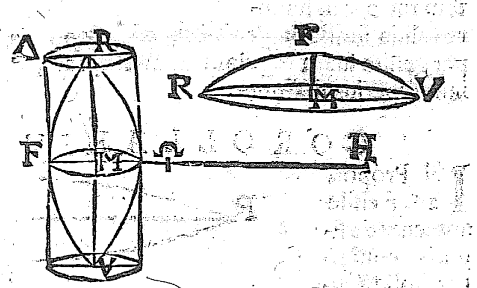


ge-

genitum ex portione minori, R F V, esse vt sexquialtera, F M, ad, M ω. Reuoluatur igitur, vt fiat nostrum exemplum, Δ V, circa, R V, manentem, cylindrus igitur descriptus à, Δ V, ad solidum descriptum à portione, R F V, erit vt sexquialtera, F M, ad, M ω, & sic de reliquis solidis similaribus ab ipsis genitis, &c. Vocetur autem solidum descriptum per reuolutionem à portione circuli, RFV, minori; Malum citrium.

COROLLARIVM XXI.

IN Propos. 24. assumpta adhuc figura superioris, quæ reuoluitur, colligitur solidum similare genitum ex portione, R F V, iuxta axim, F M, regulam, ad solidum similare genitum ex eadem, iuxta basim, R V, regulam esse, vt rectangulum sub, ω M, & sub basi, R V, ad tria quadrata lineę, RM, cum quadrato, M F. Fiat nostrum exemplum per reuolutionē portionis, R F V, semel circa, R V, & iterum circa, F M, manentes axes, primò igitur fit: Malum citrium per reuolutionem circa, R V, secundò fit segmentum sphæræ per reuolutionem circa, F M, patet ergo, quam rationem habeat Malum citrium, ad segmentum sphæræ ab eadem circuli portione per reuolutionem genitum, quod etiam de reliquis similaribus solidis ab eadem portione, iuxta dictas regulas genitis conclusum est.

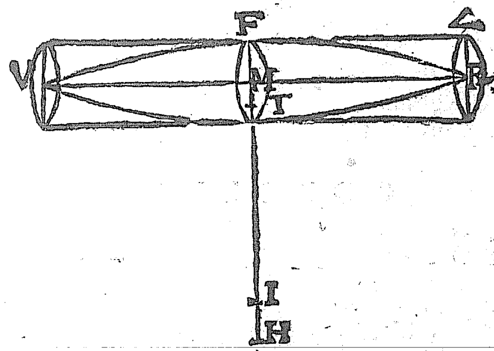


COROLLARIVM XXII.

IN Propos. 25. si sumamus ex figura Theorem. 21. portionem circuli, vel ellipsis, R F V, vtcunque, cum integra axi, F H, à qua sit abscissa, I H, æqualis, F M, sumatur insuper de, M H, ipsa, M Γ, ad quam, F M, sit vt, Δ V, ad portionem, R F V, colligemus, exposita hic figura, solidum similare genitum ex, Δ V, ad sibi similare genitum ex portione, B F V, esse vt quadratum, F M, ad rectangulum, quod remanet, dempto rectangulo sub, I M, & sub, Γ M, à rectangulo sub, F M, & $\frac{2}{3}$, ipsius, M H. Fiat nostrum exemplum

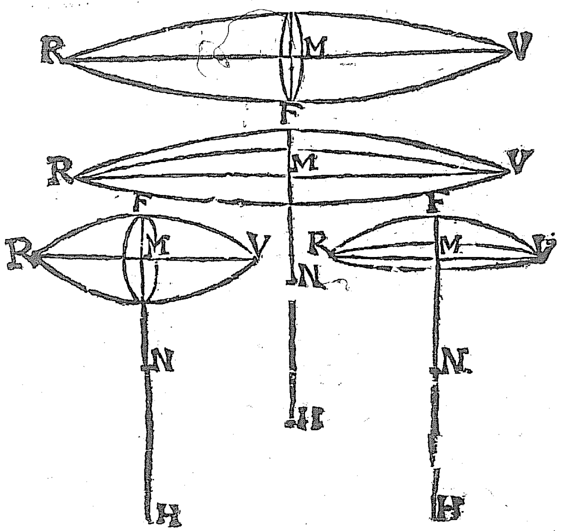
 reuol-

reuoluatur, ΔV, circa manentem axim, R V, cylindrus igitur genitus ex reuolutione, ΔV, ad ſolidum genitum ex reuolutione portionis, R F V, habebit ſupradictam rationem; hoc autem ſolidum iam vocauimus: Malum citrium, ſi, R F V, ſit portio circuli, cęterum, ſi ſit portio ellipſis, vocetur; Oliua genita ex tali portione; eadem autem rationem habere ſolida ſimilaria genita ex, ΔV, & portione, R F V, (intellige ſemper genita iuxta regulam ibi aſſumptam, ſcilicet iuxta regulam, FM,) iam ſuperius diximus.



COROLLARIVM XXIII.

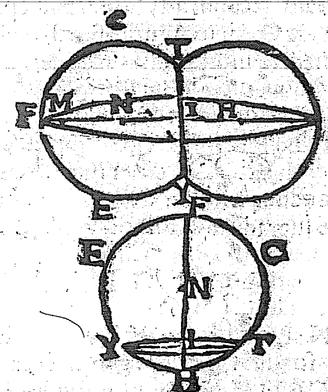
IN Propoſ. 26. p eiſdē antecedētis figuris colligitur ſolidū ſimilare genitū iuxta regulā, F M, ad ſibi ſimilare genitum iuxta regulam, R V, eſſe vt parallelepiped. ſub baſi rectāgulo, qđ dicitur reſiduum anteced. Theor. altitudine tripla, M H, ad parallelepipedum ſub baſi rectangulo ipſius, F M, ductæ in, R V, altitudine linea compoſita ex, M H, H N. Pro noſtro exemplo appona-

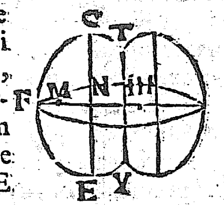


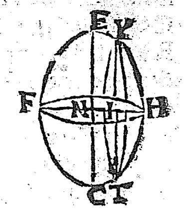
ponatur hic vtraq; portio, quæ reuoluantur ſemel circa, F M, & ſemel circa, RV, patebit ergo, quam rationem habeat, Malum citrium ad ſegmentum ſphæræ genitum ab eadem portione circuli, & quam habeat Oliua ad ſegmentum ſphęroidis genitum ex eadem portione.

COROLLARIVM XXIV.

IN Prop. 27. aſſumitur iterum fig. Theor. 21. tum circuli, tum ellipſis, & nunc, iiſdem figuris hic appoſitis, colligimus ſolidum ſimilare genitum ex portione, TCFEY, iuxta regulam, F I, ad ſolidum ſibi ſimilare genitum ex eadem portione, iuxta regulam, TY, eſſe, in fig. circuli, vt cylindr. cum ſub, IM, & portione, TCFEY, vna cum, $\frac{1}{6}$, cubi, TY, ad parallelepipedum ſub altitudine, FI, baſi verò rectangulo ſub, FI, & ſub ſexquitertia duarum, IH, HN. In ellipſis verò fig. habere rationem cōpoſitam ex ea, quam habet cylindricus ſub, IM, & portione, T C F E Y, vna cum ea parte cubi, TY, vel parallelepipedi, ſub, RV, & rhombo, RZ, ad quam eiuſdem cubi, vel parallelepipedi ſexta pars ſit, vt quadratū, CE, ad quadratum, F H, ad parallelepipedum ſub altitudine, C E, baſi parallelogrammo, AG, in fig. Th. 26. & ex ea, quā habet quadratum, F H, ad rectangulum ſub, FI, & ſub ſexquitertia duarum, I H, H N. Pro noſtro igitur exemplo reuoluantur portiones, T C F E Y, ſemel circa axes manentes, TY, & ſemel circa axes manentes, F I; ex reuolutione igitur facta à portione circuli circa, TY, fit, Malum Roſeum, ex reuolutione verò eiuſdē circa, F I, fit maius ſegmentum ſphæræ: Item ex reuolutione facta à portione ellipſi, TCFE Y, fit, malum cotoneum, circa axim, TY, ex reuolutione verò eiuſdem circa, FI, fit maius ſegmentum ſphæroidis: Igitur malum roſeum ad ſegmentum maius ſphæræ, & malum cotoneum ad ſegmentum maius ſphæroidis iam dictum, habent ſupradictam rationem, vt & ſolida ſimilaria, &c.





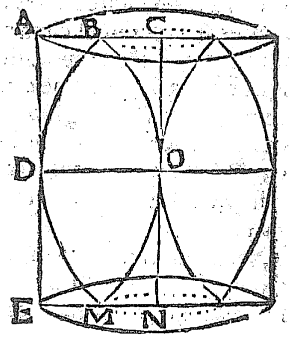


COROLLARIVM XXV.

IN Propoſ. 28. aſſumitur adhuc antecedentis figura, hic autem colligimus nos, ſuperiores aſpicientes figuras pro noſtro exemplo, ſolidum ſimilare genitum ex portione circuli, vel ellipſis, T C F E Y, ad ſolidum ſimilare genitum ex circulo, vel ellipſi, iuxta communem regulam, F H, (comparatis tamen genitis vel ambo ex ijs, quæ ſunt circuli, vel ex ijs, quæ ſunt ipſius ellipſis) eſſe vt cylindricum ſub altitudine, M I, baſi portione, T C F E Y, vna cum, $\frac{1}{6}$, cubi, T Y, (quod tamen ſolum in circuli figura contingit) in figura autem ellipſis illud commutamus in hoc. ſ. vna cum ea parte cubi, T Y, vel parallelepipedi ſub, R V, & rhombo, R Z, ad quam eiuſdem cubi, vel parallelepipedi ſexta pars ſit, vt quadratum primi axis ad quadratum ſecundi ad, $\frac{2}{3}$, parallelepipedi ſub, A D, & parallelogrammo, A Q, .i. in figura circuli, ad, $\frac{2}{3}$, cubi, F H. Dictam igitur rationem in ſuprapoſitis exemplis habet Malum Roſeum, ad ſphæram genitam ex circulo, ex cuius portione maiori Malum Roſeum dicitur genitum iuxta regulam, F H; & eandem habet Malum Cotoneum ad ſphæroides genitum ex ellipſi reuoluta circa axem, CE, parallelum axi, T Y, circa quem reuoluitur portio, T C F E Y, ad generandum Malum Cotoneum, quam rationem pariter diximus habere ſupradicta ſimilaria ſolida, &c.

COROLLARIVM XXVI.

IN Propoſit. 29. habetur ſolidum ſimilare genitum ex, A N, ad ſolidum ſimilare genitum ex figura, C B D M N, demptis ſolidis ſimilaribus genitis ex trilineis, ſiue figuris, B C O, O N M, eſſe vt, A N, ad figuram, B D M O. Apponatur hic illa figura, &, vt fiat noſtrum exemplum, reuoluatur, A N, quod ſupponamus eſſe parallelogrammum rectangulum conuenienter ipſi reuolutioni, circa axim, C N, manentem, fiet igitur ex, A N, cylindrus, ex reuolutione verò figuræ, B D M O, fiet ſolidum totupliciter variabile, quotupliciter figura, B D M O, variari poteſt, vocabimus autem ſolida genita à figuris inſcriptis rectangulo, A N, genita inquam per reuo-

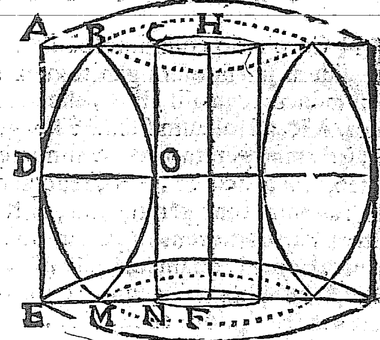


lutio

lutionem circa, C N. Solida anularia ſtricta, patet ergo cylindrum genitum ab, A N, ad ſolidum anulare ſtrictum genitum ex figura, B D M O, quæcunque ſit, eſſe vt, A N, ad eandem figuram, B D M O; ſicq; eſſe cætera ſolida ſimilaria genita ex his, iuxta ſumptam regulam ſiue, C N, ſiue, N E, vtriſq; ſolidis communem.

COROLLARIVM XXVII.

IN Prop. 30. colligimus ſolidum ſimilare genitum ex, A F, dempto ſolido ſimilari genito ex, C F, ad ſolidum ſimilare genitum ex figura, H B D M F, dempto ſolido ſimilari genito ex figura, H B O M F, eſſe vt, A N, ad figuram, B D M O. Aſſumatur hic illius figura, & pro noſtro exemplo ſupponatur, A F, eſſe rectangulum, reuoluaturq; circa manentem axim, H F, cylindrus ergo genitus ex, A F, dempto cylindro genito ex, C F, ad ſolidum genitum in reuolutione ex figura, B D M O, erit vt, A N, ad, B D M O; ſolida autem genita ex figuris inſcriptis rectangulo, B D M O, cum conditionibus ibi requiſitis vocabimus communiter: Solida anularia lata; eadem patent de cæteris ſolidis ſimilaribus genitis ex, A N, & figura, B D M O, etiamſi, A F, non ſit rectangulum, quia tunc intelligo fieri generationem ſolidorum per deſcriptionem ſimilium figurarum, & non per reuolutionem, vt in exemplo ſolito aſſumpſi, vnde patet, &c.



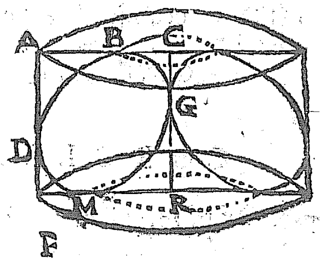
COROLLARIVM XXVIII.

SECTIO PRIOR.

IN Prop. 32. docemur ſolidum ſimilare genitum ex, A R, ad ſolidum ſibi ſimilare genitum ex figura, B C G R M D, demptis ſolidis ſimilaribus genitis ex trilineis, B C G, G R M, eſſe vt, A R,

ad

ad ellipſim, B D M G; ponatur hic illa figura, &, vt fiat noſtrum exemplum, reuoluatur, A R, circa manentem axim, C R; cylindrus ergo genitus ex, A R, ad ſolidum genitum in reuolutione ex ellipſi, B D M G, erit vt, A R, ad ellipſim, B D M G, ſic etiam, vt diximus, cætera ſolida ſimilaria ex iiſdem per deſcriptionem ſimilium figurarum genita: Vocetur autem ſolidum in reuolutione genitum ex ellipſi, B D M G; Anulus ſtrictus ellipticus altera parte latior.



SECTIO POSTERIOR.

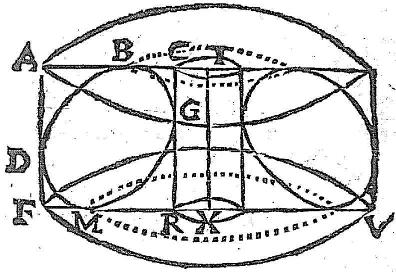
IN Corollario colligitur ſolidum ſimilare genitum ex, A R, ad ſolidum ſibi ſimilare genitum ex ellipſi, B D M G, ambo iuxta communem regulam, F R, eſſe vt ſolidum ſimilare genitum ex eodem, A R, ad ſolidum ſimilare ſibi genitum ex eadem ellipſi, B D M G, ſed ambo genita iuxta communem regulam, C R. Exemplum patebit, ſi concipies, A R, reuolui circa manentem axim, F R, cylindrus enim tunc genitus, ab, A R, ad anulum ſtrictum ellipticum altera parte latiorem, genitum ab ellipſi, B D M G, habebit eandem rationem, quam ſupradictus cylindrus ad ſupradictum anulum, & ideò (amplius colligemus) quoniam, permutando, cylindrus genitus in reuolutione circa, C R, facta, ad cylindrum genitum in reuolutione circa, F R, eſt vt anulus factus in illa reuolutione ad anu-
N. Cor. 4. Gen. 34. lib. 2.
lum factum in hac, propterea ſicuti primus cylindrus ad ſecundum eſt, vt, F R, ad, R C, ita primus anulus ad ſecundum erit, vt, F R, ad, R C, ſic etiam erunt ſolida ſimilaria genita ex eiſdem, iuxta regulas, F R, R C.

COROLL. XXIX. SECTIO PRIMA.

IN Propoſit. 33. colligimus ſolidum ſimilare genitum ex, A X, dempto ſolido ſimilari genito ex, C X, ad ſolidum ſibi ſimilare genitum ex figura, B D M X T, dempto ſolido ſimilari genito ex figura, B G M X T, eſſe vt, A R, ad ellipſim, B D M G; quod ſi ſumantur ſolida ſimilaria genita ex eiſdem iuxta communem regulam, T X, vel, C R, eandem rationem inter ſe habere comperientur dicta reſidua ſcilicet quam habet, A R, ad ellipſim, B D M G. Exponatur figura, &, vt fiat exemplum, reuoluatur, A X, circa manentem

tem

tem axim, T X, igitur cylindrus genitus in reuolutione ex, A X, dempto cylindro genito ex, C X, ad ſolidum genitum in reuolutione ex ellipſi, B D M G, erit vt, A R, ad ellipſim, B D M G; idem accidet, ſi reuolutio fiat circa axem parallelam ipſi, A C, incluſam duabus, F A, R C, verſus, A, C, puncta productis: vocetur autem ſolidum genitum in reuolutione ex ellipſi, B D M G, anulus latus ellipticus altera parte ſtrictior.



SECTIO II.

HInc inſimul patet, quod faſcia ſolida cylindrica (vt ita dicam) in reuolutione circa, T X, genita ex, A R, ad anulum genitum ex ellipſi, B D M G, in eadem reuolutione, eſt vt cylindrus genitus ex, A R, dum reuolutio fit circa, C R, ad anulum ſtrictum ellipticum altera parte latiorem in eadem reuolutione circa, C R, ab ellipſi, B D M G, genitum; nam ambo ſunt, vt, A R, ad ellipſim, B D M G, dem patet pro ſolidis ſimilaribus, &c. Quia verò dicta faſcia ſolida genita ab, A R, ad cylindrum ab eodem, A R, genitum eſt, vt reſiduum quadrati, F X, dempto quadrato, R X, ad quadratum, F R, eſt .n. cylindrus genitus ab, A X, ad cylindrum genitum ab, A R, vt quadratum, F X, ad quadratum, F R, cylindrus item genitus à, C X, ad eundem cylindrum genitum ab, A R, eſt vt quadratum, R X, ad quadratum, R F, ergo hoc cylindro dempto à cylindro genito ab, A X, reliqua faſcia ſolida genita ex, A R, ad cylindrum genitum ex eodem, A R, erit vt reſiduum quadrati, F X, ab eo dempto quadrato, R X, ad quadratum, F R, hanc ergo rationem habebit etiam anulus latus ellipticus altera parte ſtrictior ad anulum ſtrictum ellipticum altera parte latiorem ex eadem ellipſi, B D M G, genitum; quia verò reſiduum quadrati, F X, dempto quadrato, R X, eſt rectangulum ſub, X R, R F, bis cum quadrato, F R, ideſt rectangulum ſub, X F, F R, cum rectangulo ſub, X R, R F, .i. rectangulum ſub compoſita ex, R X, X F, & ſub, F R, ideò dictus anulus latus ad dictum anulum ſtrictum, erit vt rectangulum ſub compoſita ex, R X, X F, & ſub, F R, ad quadratum, F R, .i. erit vt compoſita ex, F X, X R, ad, R F, nempè vt, V R, ad, R F.

SECTIO III.

VLterius habemus fascias solidas cylindricas genitas exempli gr. ab eodem rectangulo, A R, dum fit reuolutio semel circa, T X, & semel circa parallelam, A C, ad anulos latos ellipticos altera parte strictiores genitos in reuolutionibus ab ellipsi, B D M G, habere eandem rationem scilicet quam habet, A R, ad ellipsim, B D M G, & ideò inter se dictos anulos esse, vt dictas fascias, dictæ autem fasciæ solidæ cylindricæ sunt, vt residua, demptis à quadratis semidiametrorum basium integrorum cylindrorum quadratis semidiametrorum basium cylindrorum, quas dictæ fasciæ complectuntur, & ideò dicti anuli inter se eandem rationem habebunt, quam dicta quadratorum residua.

SECTIO IV.

IN Corollario huius tandem dicitur, quod si, B D M G, non esset ellipsis, tum in Schemate huius, tum Theorematis antecedentis, sed alia vtcunque figura habens tamen prædictas conditiones ibi appositas, quod de eadem dicta quoque de ellipsi, B D M G, verificarentur, nosque hic colligimus, quod omnia supradicta æquè, ac de solidis genitis ab ellipsi, B D M G, de genitis ab ipsa figura pariter verificarentur. Possumus autem vocare solida descripta per reuolutionem factam circa, C R, à figura, B D M G. Solida anularia stricta altera parte latiora: quæ verò fiunt ab eadem per reuolutionem circa, T X. Solida anularia lata altera parte strictiora.

SCHOLIVM.

Possent quidem plura alia circa hæc solida considerari; vt si secentur planis parallelis, ad axem, circa quem fit reuolutio, existentibus rectis, quam inter se rationem habeant resecta segmenta. Item restat contemplandum solidum, quod nasceretur ex reuolutione dimidiæ ellipsis circa non axem, sed diametrum, vel diametro parallelam; quæ voluta circa diametrum solidum describit referens figuram Pyri; circa verò parallelam diametro portionem maiorem ab ellipsi resecantem, describit quoddam solidum latius ex vna parte, quam ex alia, referens figuram Mali paradisi, vt vulgò dicitur, circa verò parallelam diametro reuolutà, quæ ab ellipsi minorem abscindat portionem, describit quoddam solidum referens figuram Fici, pluraque his similia contemplandæ remanerent, sed vt studioso Lectori in agro hoc fertilissimo laborandi, illumq; excolendi non omnis videatur sublatus esse locus, illius hæc inquisitioni reseruare volui his. Aduerte autem in superioribus licet figurarum assumpti fuerint axes, vt circa eosdem fieret reuolutio, tamen eadem verificari assumptis, quæ sunt tantum diametri, nam passiones Sectionum Conicarum eisdem insunt, siue sint circa axes, siue circa tantum diametros, vt habetur Libro Primo Scholio Propositionis 40.

Finis Tertij Libri.